

目 次

第 1 編 格子ボルツマン法とその応用

薦原道久・渡利 實 1

1	はじめに	3
2	格子ボルツマン法と格子気体法	5
2.1	格子気体法	5
2.2	格子気体法の特徴	5
3	格子ボルツマン法	10
3.1	まえがき	10
3.2	格子 BGK 方程式	12
3.3	格子ボルツマン法で用いられる格子	13
3.4	マクロな変数と衝突の際の保存量	14
3.5	局所平衡分布関数	16
3.5.1	非圧縮性流体モデル	16
3.5.2	圧縮性流体モデル	18
3.6	内部自由度をもつモデル	22
3.7	外力（体積力の導入）	23
3.8	初期条件と境界条件の設定	24
3.8.1	周期境界条件	25
3.8.2	流入条件	25

3.8.3	流出条件	26
3.8.4	固体壁での境界条件	27
3.8.5	温度の境界条件	29
3.9	多緩和時間モデル (multiple relaxation time method)	29
4	混相流のモデル	31
4.1	2 粒子モデル	31
4.2	自由エネルギーモデル	32
4.3	密度比の大きな 2 相流のモデル	34
5	差分格子ボルツマン法	36
5.1	新しい差分格子ボルツマンモデル	37
5.2	差分格子ボルツマン法における数値粘性	38
5.3	差分格子ボルツマン法の特徴	42
5.4	計算例	42
5.4.1	エオルス音の直接計算	43
5.5	ALE 法の応用	44
5.5.1	回転楕円柱から放出される音	45
6	熱流体モデル	47
6.1	熱流体モデルとは	47
6.2	熱流体モデルの導出	47
6.2.1	局所平衡分布関数の条件	47
6.2.2	局所平衡分布関数の形	51
6.2.3	速度粒子の選択	51
6.3	2 次元モデル	52
6.3.1	標準 2 次元モデル	52
6.3.2	Octagon モデル	53

6.4	3次元モデル	54
6.4.1	標準3次元モデル	54
6.4.2	Dodeca-Icosa モデル	56
6.5	数値シミュレーション例	58
6.5.1	Couette 流れ	58
6.5.2	Thermal Cavity 流れ	60
6.5.3	垂直衝撃波	64
6.5.4	超音速ノズル	66
付録1 テンソルとその等方性		69
A	テンソルとは	69
B	鏡映対称な等方性テンソル	70
付録2 チャップマン–エンスコグ展開とナビエ–ストークス方程式		73
A	連続の式	74
B	運動方程式	74
C	エネルギー方程式	76

第2編 GSMAC 有限要素法

棚橋隆彦 81

1	はじめに	83
2	運動方程式	85
2.1	ラグランジュ微分の定義	85
2.2	物質要素のラグランジュ微分	87
2.2.1	物質線分要素のラグランジュ微分	88

2.2.2	物質面積要素のラグランジュ微分	89
2.2.3	物質体積要素のラグランジュ微分	90
2.2.4	凍結現象	91
2.3	積分形と微分形の運動方程式	93
2.3.1	ラグランジュ (Lagrange) 法	93
2.3.2	オイラー (Euler) 法	94
2.4	オイラーの方程式とナビエーストークスの方程式	95
2.4.1	対流項の表示	96
2.4.2	加速度の発散と回転	97
2.4.3	粘性項の表示	98
2.5	ナビエーストークスの方程式から誘導される方程式	99
2.5.1	運動エネルギーの方程式	100
2.5.2	渦度の移流拡散方程式	101
2.5.3	膨張の移流拡散方程式	102
2.6	いろいろな強度の時間発展方程式	103
2.6.1	温度の強度	104
2.6.2	第 1 種パッシブベクターの強度	104
2.6.3	第 2 種パッシブベクターの強度	106
2.7	その他の時間発展方程式	110
2.7.1	ひずみ速度の強度の方程式	110
2.7.2	$\omega_i \omega_j D_{ij}$ の方程式	110
2.7.3	$D_{ij} D_{jk} D_{ki}$ の方程式	110

3 GSMAC 法 111

3.1	はじめに	111
3.2	基礎方程式	114
3.2.1	運動の方程式	114
3.2.2	エネルギーの方程式	114
3.2.3	マクスウェルの方程式	114

3.2.4	構成方程式	115
3.2.5	誘導方程式	115
3.3	GSMAC 有限要素法のアルゴリズム	117
3.3.1	ナヴィエ-ストークス方程式の表示方法	117
3.3.2	1 次精度時間進行法 (陽解法)	119
3.3.3	2 次精度時間進行法 (陰解法)	122
3.4	ポアソン方程式の解法	124
3.4.1	ニュートン-ラフソン法	124
3.4.2	優対角近似	126
3.4.3	同時緩和法	129
3.5	離散ナブラ演算子	140
3.5.1	要素平均と節点平均	140
3.5.2	離散ナブラ演算子	141
3.5.3	移流拡散方程式への応用	142
3.6	有限要素法による定式化	145
3.6.1	運動方程式	145
3.6.2	エネルギー方程式	145
3.6.3	誘導方程式	146
4	hybrid GSMAC 法	148
4.1	hybrid GSMAC 法	148
4.1.1	hybrid GSMAC 有限要素法による定式化	148
4.1.2	上流化離散ナブラ演算子	150
4.1.3	移流拡散行列	151
4.1.4	1 次元の移流拡散行列	152
4.1.5	1 次元の質量行列	154
4.2	上流化形状関数の性質	156
4.2.1	定常移流拡散方程式の厳密解	157
4.2.2	上流化形状関数の表示	158

4.2.3	要素平均値	159
4.3	hybrid GSMAC 法の検証	159
4.3.1	バーガース方程式による検証	160
4.3.2	2次元チャンネルフローによる検証	163
4.3.3	斜め移流による検証	165

5	まとめ	167
---	-----	-----

第3編 CIP 法による流体解析

矢部 孝 173

1	CIP 法と移流問題	175
---	------------	-----

1.1	移流方程式の数値解法	175
1.2	CIP 補間とスプライン補間	179
1.2.1	CIP 補間	179
1.3	界面捕獲	181
1.3.1	関数変換とデジタイザー	182
1.3.2	有理関数 CIP	184
1.4	セミラグランジュ手法	186
1.5	多次元への拡張	187

2	固体・液体・気体を同時に解く CIP 法	190
---	----------------------	-----

2.1	圧力ベース解法	191
2.1.1	CCUP 法	194
2.1.2	スタaggered 格子	196
2.2	固体と液体の統一解法	199
2.2.1	レイノルズ数	201

3 CIP 法の将来	206
3.1 完全保存保証型 CIP	206
3.1.1 CIP-CSL4	207
3.1.2 CIP-CSL2	210
3.2 ソロバン格子 CIP 法	213
3.2.1 不均一格子上の CIP 法	214
3.2.2 計算精度の比較	214
3.3 ソロバン格子の多次元化	217
3.3.1 M 型 CIP	218
3.3.2 ソロバン格子の精度検証	219
3.3.3 ソロバン格子点の移動	222
3.3.4 ソロバン格子による流体計算	225
3.4 カルマン渦列	228
3.5 1 次補間と CIP 補間	229
3.6 3 次元計算	231
 4 おわりに	 232
 索 引	 235