

目 次

第 1 章 代数方程式	1
1. 多項式の根	1
1.1 根	1
1.2 因数分解・根と係数の関係	5
1.3 円分多項式	9
1.4 実数係数多項式	15
2. 微分	16
2.1 定義と基本性質	17
2.2 ラグランジュの補間式	24
3. 対称式	30
3.1 基本対称式	31
3.2 対称式	33
3.3 対称式の公式	40
4. 代数方程式の解の公式	46
4.1 代数方程式	47
4.2 多項式の判別式	49
4.3 2 次方程式	52
4.4 3 次方程式	53
演習問題	58
第 2 章 多項式の既約性	61
1. 既約多項式	61
1.1 定義と基本事項	61
1.2 多項式環の剰余環と既約性	63
1.3 既約性の判定	66
2. 整数係数多項式	73

2.1 有理数係数多項式との関係	73
2.2 有理数根	75
2.3 ガウスの補題	79
2.4 アイゼンシュタインの判定条件	84
2.5 素数を法とする還元	90
3. 分離多項式	96
演習問題	103

第3章 線型空間 106

1. 基本事項	107
2. 線型独立性	117
3. 線型空間の基底と次元	130
4. 次元の性質	138
5. 斉次形の連立1次方程式	144
演習問題	148

第4章 体の代数拡大 151

1. 体の拡大	151
1.1 体の埋め込みと自己同型	152
1.2 体の拡大	158
1.3 拡大次数	159
2. 代数拡大	169
2.1 代数的な元	169
2.2 代数的な拡大	183
2.3 代数閉体・代数閉包	192
演習問題	198

第5章 ガロア理論 201

1. ガロア拡大とガロア対応	201
1.1 ガロア拡大の定義	202
1.2 ガロア拡大の例 I	214
1.3 ガロア対応	217
1.4 ガロア対応（証明）	226
2. ガロア拡大と多項式	231
2.1 正規拡大・分離拡大	231

2.2	最小分解体	239
2.3	最小分解体とガロア拡大	248
2.4	多項式の根へのガロア群の作用	253
2.5	ガロア拡大の例 II	258
3.	ベキ根による拡大	262
3.1	円分拡大	262
3.2	クンマー拡大	267
3.3	一般の場合	274
4.	ガロア拡大に関するまとめ	275
	演習問題	277
第 6 章	ガロア理論の応用	279
1.	作図問題	280
2.	代数方程式の解の公式	290
2.1	3 次方程式の解法の分析	290
2.2	4 次方程式の解法	294
2.3	解の公式が存在する条件	300
2.4	解の公式をもたない代数方程式	308
3.	有限体	311
4.	$\text{mod } p$ の可約性	319
	演習問題	322
付録 A	必要事項のまとめ	324
1.	集合・写像・論理	324
1.1	集合	324
1.2	写像	327
1.3	論理	329
2.	実数と複素数	332
2.1	実数	332
2.2	複素数	336
3.	環と体のまとめ	364
3.1	整数の合同	364
3.2	環の定義と基本性質	369
3.3	整域と体	374

3.4 多項式環	380
4. 群のまとめ	385
4.1 群の定義と基本性質	385
4.2 群の作用	398
4.3 対称群	401
5. 可解群	412
5.1 交換子群	412
5.2 可解群	417
演習問題	422
参考文献	425
索 引	428