

はじめに

古来、人類が最も興味を寄せ、愛してきた数が円周率 π である。星の動きを正確に捉えるという現実的な必要性もさることながら、3.14 と始まり、どこまでも不規則に続いて行く不思議さがその魅力の一つなのであろう。円という美しい曲線に関係していながら、どこまで行ってもその謎は解けないのだ。この円周率について手頃な大きさで、大事なことをすべてまとめて解説したのが本書である。

円周率、それは十分な説明は出来ないながら、古代文明で充分すぎる近似値が求められていた魅惑的な数。

円周率、それは古代最大の天才が初めて科学的に扱い、3.14 までを明らかにした数。

円周率、それはある男が一生をかけて 35 桁まで計算したほど妖しい魅力を持つ数。

円周率、それは微分積分学が出来上がる前からその成果を先取りさせた魅力に満ちた数。

円周率、それは江戸時代の日本で、不十分な記号を精一杯工夫して何十桁も計算し、美しい公式を見つけさせた数。

円周率、それは手計算で何百桁も計算された数。

円周率，それはどこまで計算されても，計算されたその先は1桁たりとも分からない不可思議な数.

円周率，それはあらゆる代数的な関係を超越し拒絶する孤独な数.

円周率，それはスーパーコンピュータで世界記録を更新し続け，1兆2411億桁まで計算した男のロマンを掻き立てた数.

円周率，それは別の男の情熱に火をつけ自作のパソコンで10兆桁を計算させた数.

円周率，それは10万桁を暗唱したのに，その後で67890桁を暗唱した若者にギネス認定がされてしまった男の無念の数.

円周率，それはある「文明国」で「 $\pi = 4$ 」「 $\pi = 3.2$ 」であるという法律が成立直前まで進んだ哀れな数.

円周率，それは別の「文明国」で原始時代の「およそ3」にされなかったものの，教育現場の努力でどうにか3.14が保たれた数.

長い歴史の中で，この魅力的な数については実に多くのことが知られている．それらの数学的なレベルも様々である．そこで「序章」の後を主に数学的なレベルにしたがって3つの部分に分けることにした．

第Ⅰ部初級編は「円周率と親しむ」と題し，小学校と中学数学の知識で楽しめる事柄を扱う．

第Ⅱ部基礎編は「円周率を知る」と題し，高校数学までの知識で充分理解できる事柄を扱う．

第Ⅲ部発展編は「円周率を究める」と題し，高校数学Ⅲと大学理工系の微分積分の知識を必要とする事柄を扱う．

そして最終目標を「 π が無理数であることの証明」と，「 π が超越数であることの証明」および「アークトンジェントを用いて π を表す公式についてのシュテルマーの定理の証明」とする．第Ⅲ部で扱ったこれらの証明は数学的にかなり高度な内容である．一部を

コラムに回したが、円周率の本質を知りたい方で、微分積分学を学習した方は是非挑戦していただきたい。

この本を書く上で特に心掛けたことは、

- (1) どなたにもこの魅力的な数の世界を楽しんでもらえるように
分かりやすい叙述を心掛けたこと
- (2) 歴史的な情報も取り上げ、正確で最新の説明を心掛けたこと
- (3) 随所にコラムをはさみ、この不思議なほど奥の深い数をめぐる
様々な側面を紹介したこと

などである。

中でも、次のことは本書の特徴として特に強調しておきたい。

- (A) マチンがいわゆる「マチンの公式」を含む7つの公式を見つけていたことは、筆者が『数学セミナー』（2012.12）の「数学史の小窓 余滴4」で紹介したが、その辺りの事情を成書として初めて詳しく明らかにしたこと（第3章 § 13, およびコラム 11；なお、文献（3）は7つの公式を載せている）,
- (B) 整数の逆数のアークトンジェントを用いて π を表す公式についてのシュテルマーの定理の証明を紹介したこと（第5章 § 21）,
- (C) 「 π は無理数である」ことのゾウとマルコフによるエルミート風の新しい証明を紹介したこと（第5章 § 20）,
- (D) バビロニア数学の円周率についての室井さんの最新の研究により、ノイゲバウアーが嘆いたバビロニア数学についての未発見の「カギ」を見つけた可能性を解説したこと（第3章 § 10）,

等である。

著者の意図するところが目標通りに達成できたかどうかは、読者の皆さんの判断を俟ちたい。

この本が「円周率」に魅力を感じ、「円周率」について色々知りたい方々のために役立つことを切に願っている。

円周率計算の世界記録を何度も塗り替えた金田康正さんの言葉を引用しておこう。ここには円周率に夢とロマンを感じ続けた本人ならではの素直な気持ちが現れている。

「円の周囲は直径の何倍か？」という素朴な問いに、古代ギリシャ時代から何人もの数学者が挑戦し続けています。 π は不思議な魅力を持った数なのでしょう。 π は無限に続きます。そのことがよけい好奇心をそそり夢を抱かせてくれます。

この好奇心が、 π を計算する一番大きな理由です。

イギリスの登山家ヒラリー卿はなぜ山に登るのかと問われ、そこにエヴェレストがあるからだ、と答えたそうです。わたしの場合は、「そこに π があるから計算する」—そんな気持ちでしょうか。(金田康正著『 π のはなし』、東京図書)

若い人の中に、金田さんの情熱を受け継ぐ人が現れたら、とても嬉しい。

最後になったが、本書の原稿に対して貴重な意見を寄せて下さった編集委員の皆さんと、編集担当の共立出版の野口訓子さんと三浦拓馬さんにはこの本を作る上で大変お世話になった。また、飯高順さんは楽しいイラストを書いてくれた。ここに記して感謝したい。

2013 年 7 月

中 村 滋