目　次

第 1 章　量子系の数学的基礎　1
1.1　系，状態および測定　1
1.2　合成系　4
1.3　多体系　7
1.4　文献の紹介　7

第 2 章　量子通信路，情報量とその数学的構造　9
2.1　量子系での通信路　9
2.2　測定に伴う状態変化　13
2.3　凸集合と不等式　14
2.3.1　凸集合と凸関数　14
2.3.2　確率分布と不等式　17
2.3.3　Hölder の不等式とその周辺　17
2.3.4　行列版への拡張　19
2.4　量子系での情報量　21
2.4.1　情報源の持つ情報量　21
2.4.2　2 つの情報源の相違度　24
2.4.3　2 つの系の相関　26

2.4.4　量子通信路と情報量 ····· 29
2.5　Qubit 系 ····· 31
2.6　情報処理不等式 ····· 32
2.7　相対エントロピーと Rényi エントロピーの関係 ····· 33

第 3 章　エンタングルメントとその定量化　41
3.1　局所操作 ····· 41
3.2　量子テレポーテーション ····· 43
3.3　エンタングル状態の例 ····· 44
3.4　セパラブル状態の特徴付け ····· 48
3.5　エンタングルメントの定量化 I：幾何学的方法 ····· 49
3.5.1　定義とエンタングル単調性 ····· 49
3.5.2　具体例での計算 ····· 53
3.5.3　PPT 状態に基づく拡張 ····· 60
3.6　エンタングルメントの定量化 II：操作的方法 ····· 61
3.6.1　2 体系の場合 ····· 61
3.6.2　多体系の場合 ····· 63
3.7　エンタングルメントの定量化 III：凸分解を用いた手法 ····· 67

第 4 章　群共変性と最適情報処理　69
4.1　共変的状態族と最適測定 ····· 69
4.1.1　共変的状態族と共変的測定 ····· 69
4.1.2　共変的測定の特徴付け ····· 74
4.1.3　共変的測定の最適化 ····· 76
4.2　近似状態の生成 ····· 81
4.2.1　近似状態生成の一般論 ····· 81
4.2.2　擬忠実度の下での近似状態生成の一般論 ····· 83
4.2.3　純粋状態の近似状態生成 ····· 86
4.2.4　混合状態の近似状態生成：擬忠実度 ····· 89
4.2.5　混合状態の近似状態生成：忠実度 ····· 90
4.2.6　近似状態生成：相対エントロピー ····· 92
4.3　群作用の識別 ····· 94

4.3.1 問題の定式化 ····· 94
4.3.2 可換群の場合 ····· 95
4.3.3 非可換群での逆 Fourier 変換の役割 ····· 98
4.3.4 有限群の場合 ····· 99
4.3.5 一般のコンパクト Lie 群の場合 ····· 103
4.3.6 非コンパクト群の場合* ····· 107
4.4 通信路と対称性 ····· 110
4.5 近似的状態複製 ····· 114

第 5 章 量子誤り訂正とその応用 121
5.1 古典系での代数的構造に基づいた誤り訂正符号 ····· 121
5.1.1 問題の定式化 ····· 121
5.1.2 アンサンブルの下での評価 ····· 123
5.1.3 アンサンブルの構成 ····· 127
5.1.4 漸近理論 ····· 128
5.1.5 秘匿性を伴った誤り訂正 ····· 130
5.2 量子誤り訂正の一般理論 ····· 131
5.3 離散 Heisenberg 表現を用いた符号 ····· 132
5.3.1 離散 Heisenberg 表現の復習 ····· 132
5.3.2 Stabilizer 符号 ····· 136
5.3.3 CSS 符号 ····· 138
5.3.4 漸近理論 ····· 141
5.3.5 物理的構成 ····· 142
5.4 Clifford 符号* ····· 144
5.5 エンタングルメント蒸留と一般の通信路への適用 ····· 150
5.6 量子秘匿通信 ····· 154
5.6.1 秘匿性増強を行わない場合 ····· 154
5.6.2 秘匿性増強を行う場合 ····· 159
5.7 量子暗号（量子鍵配送）への応用 ····· 163

第 6 章 ユニバーサルな情報処理 169
6.1 タイプ理論 ····· 169

6.2 Schur 双対の漸近理論 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・173
6.2.1 Schur 双対の漸近的取り扱い ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・173
6.2.2 ユニバーサルな固有値の推定 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・175
6.2.3 密度行列の検定 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・178
6.2.4 測定値から定まるエントロピーの振る舞い ・・・・・・・・・・182
6.3 量子 2 準位系の状態推定 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・184
6.4 ユニバーサルな量子状態の近似 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・185
6.5 エンタングルメント集中化 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・191
6.5.1 縮約密度行列の基底が既知の場合 ・・・・・・・・・・・・・・・191
6.5.2 縮約密度行列の基底が未知の場合 ・・・・・・・・・・・・・・・193
6.6 量子情報源符号化 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・195
6.6.1 固定長情報源符号化 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・195
6.6.2 可変長情報源符号化 I：圧縮率確定型 ・・・・・・・・・・・・・197
6.6.3 古典系での語頭符号と Kraft の不等式 ・・・・・・・・・・・・199
6.6.4 可変長情報源符号化 II：圧縮率不確定型 ・・・・・・・・・・・201
6.7 古典-量子通信路符号化 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・204
6.7.1 符号の構成 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・205
6.7.2 性能評価 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・207

演習問題略解 **211**

参考文献 **213**

索 引 **221**