

目 次

第 1 章 Hilbert 空間	1
1.1 Hilbert (ヒルベルト) 空間の定義.....	1
1.2 Hilbert 空間の例 $L^2(\alpha, \beta)$	3
1.3 Hilbert 空間の例 $A^2(G)$	5
1.4 加法的作用素, 有界作用素	6
第 2 章 凸集合, 射影, Riesz の定理	9
2.1 一つの極値定理	9
2.2 射影, Riesz (リース) の定理.....	10
第 3 章 Riesz の定理の応用 1 (Lebesgue–Nikodym の定理)	13
3.1 Lebesgue (ルベック) 式積分の説明.....	13
3.2 Lebesgue–Nikodym (ニコディム) の定理の証明.....	15
第 4 章 Riesz の定理の応用 2 (再生核)	19
4.1 再生核の定義及び存在定理	19
4.2 Bergman (ベルクマン) の核函数.....	20
第 5 章 正規直交系	23
5.1 Schmidt (シュミット) の直変化定理	23
5.2 Bessel (ベッセル) 不等式, Fourier (フーリエ) 式展開.....	25
5.3 再生核の具体的表現	26
5.4 Bergman の核函数の具体的表現	27
第 6 章 Gelfand の定理, 強収束及び弱収束	31
6.1 Gelfand (ゲルファンド) の定理及び共鳴定理	31
6.2 強収束及び弱収束	33
6.3 平均エルゴード定理	35
6.4 J. von Neumann (ノイマン) の平均エルゴード定理	38
6.5 エルゴード性と測度的可遷性	38

第 7 章 Fourier 変換, Plancherel の定理	41
7.1 ウニタリ作用素	41
7.2 $L^2(\alpha, \beta)$ におけるウニタリ作用素, Bochner (ボッホナー) の定理	42
7.3 Fourier 変換, Plancherel (プランシュエル) の定理	44
第 8 章 ウニタリ作用素のスペクトル分解	47
8.1 Fourier 変換のスペクトル分解	47
8.2 Helly (ヘリイ) の選出定理	49
8.3 正の定符号数列, Herglotz (ヘルグロツ) の定理	51
8.4 ウニタリ作用素のスペクトル分解	55
第 9 章 対称作用素	59
9.1 積空間, グラフ及び共役作用素	59
9.2 閉作用素	60
9.3 対称作用素	62
第 10 章 自己共役作用素のスペクトル分解	66
10.1 単位の分解	66
10.2 Cayley (ケイリイ) 変換	72
10.3 J. von Neumann のスペクトル分解定理	74
10.4 スペクトル分解の例	77
第 11 章 固有値問題への応用	82
11.1 スペクトル	82
11.2 自己共役作用素のスペクトル	83
11.3 ウニタリイ作用素のスペクトル	87
11.4 積分作用素の完全連続性	88
11.5 Fourier 級数論への応用	91
第 12 章 超函数論への入門	96
12.1 超函数の定義	96
12.2 超函数についての算法	97

12.3 ポテンシャル論における Green (グリーン) の公式	99
12.4 Hadamard (アダマル) の有限部分	101
12.5 超函数に関する偏微分方程式	102
第 13 章 正射影の方法の証明	106
13.1 Poisson (ポアソン) 方程式	106
13.2 正射影の方法の Gårding (ガーディング) による証明 1— 弱い解が真の解であること	109
13.3 正射影の方法の Gårding (ガーディング) による証明 2— 超函数解が真の解であること	113
第 14 章 超函数列の収束定理	114
14.1 超函数列の収束定理, 項別微分の定理	114
14.2 項別微分定理の一応用	116
第 15 章 対称作用素の構造 (J. von Neumann の理論)	119
15.1 対称作用素の共役作用素の構造	119
15.2 対称作用素の拡張 (対称作用素の不足指数)	122
15.3 超函数論よりの一つの補助定理	124
15.4 微分作用素 $i^{-1} d/dt$	126
第 16 章 一般化されたスペクトル分解	
(Neumark (ノイマルク) の理論)	131
16.1 一般化されたスペクトル分解	131
16.2 一般化された単位の分解の構成法	135
16.3 pre-Hilbert 空間の完備化	141
16.4 半有界作用素	145
第 17 章 正規作用素	149
17.1 閉作用素の標準分解	149
17.2 正規作用素の複素スペクトル分解	154
第 18 章 作用素の函数	160
18.1 自己共役作用素の函数の定義	160

18.2 Neumann-Riesz-Mimura の定理	163
18.3 作用素解析	167
第 19 章 1 パラメーター半群の理論(Stone (ストーン) の定理の拡張)…	171
19.1 有界作用素の 1 パラメーター半群	172
19.2 半群の微分可能性, 生成作用素	176
19.3 生成作用素の例	179
19.4 半群の表現	182
19.5 生成作用素の特徴付け	186
19.6 $t > 0$ において微分可能な半群	187
19.7 定理 19.8 の証明	194
第 20 章 スペクトルの多重度	197
20.1 単純スペクトルの作用素	197
20.2 単純スペクトルの作用素の標準形	199
20.3 スペクトルの多重度	201
第 21 章 楕円的偏微分方程式の解の微分可能性	203
21.1 Gårding 不等式	204
21.2 Milgram-Lax (ミルグラム-ラックス) の定理	209
21.3 Friedrichs (フリードリックス) の定理の証明	211
21.4 Soboleff (ソルボレフ) の補助定理の証明	217
索 引	1~4