

目 次

日本語版へのまえがき	iii
第2版へのまえがき	v
まえがき	vii
訳者まえがき	ix
第1章 どっちの勝ち？	3
1. 青赤ハッケンブッシュ	4
2. トゥイードルダムとトゥイードルディーの論法	5
3. 2分の1手有利の局面とは？	6
4. …それでは4分の1手の局面は？	8
5. 初心者のためのスキージャンプ	10
6. 単に平均をとるな！	12
7. ジャンプの値打ちは？	13
8. ヒキガエルとアマガエル	15
9. こんな手法が効くの？	15
付 録	17
10. ゲームとはなに？	17
11. 良い手とは？	19
12. 図1.8(d) は $\frac{3}{4}$ の値打ち	20
参考文献と先の読みもの	21
第2章 正しい数を求めることは単純そのもの	23
1. どの数がどっち？	23
2. 単純が答えだ！	25
3. 数の最単純形式	27
4. ケーキカット	29
5. マウンディケーキ	31

6. 単純ルールのいくつかの適用例	32
7. 正, 負, ゼロとファジー局面	33
8. ハッケンブッシュ・ホッチポッチ	34
9. 任意のゲームの和	35
10. 和ゲームの勝敗	36
11. ゲームの負	38
12. ゲームをその負で相殺する	39
13. 2つのゲームを比較する	40
14. ハッケンブッシュ局面を比較する	41
15. コルのゲーム	43
16. スターが生まれた!	44
17. コルはそんな値を含んでいる	45
18. ゲームの木	46
19. 緑ハッケンブッシュ, ニムゲームとニンバー	47
20. ニンバーに習熟しよう	48
21. 子供っぽいハッケンブッシュ	49
22. カップルの着席	50

付 録

53

23. 必勝戦略	53
24. 2つの有限ゲームの和が無限に続くことがある	53
25. コルに関する定理	54
26. コル局面のコレクションと単純化	55
27. マウンディケーキ	58
28. ケーキカットのもう1つの変形	58
29. どうしたら子供っぽくなる?	59
参考文献と先の読みもの	60

第3章 いくつかの難しいゲームとそれらをやさしくする仕方

61

1. ポーカーニム	61
2. Northcott のゲーム	62
3. 偽装ニム山と Mex ルール	63
4. 選択枝共通ゲームの Sprague-Grundy 理論	64
5. 白ナイト	65
6. ニンバーの足し算	67
7. ウイツ女王	68
8. 一般ゲームの可逆手	69
9. 劣る選択枝の除去	71
10. アップとダウンをもつヒキガエルとアマガエル	72



11. ゲームの追跡と同一判定	74
12. 花の値打ちは?	75
13. ごちゃ混ぜゲーム	76
14. アップ, ダウン, スター, 数の和ゲームで誰が勝つか?	77
15. スターの拡大図	78
16. $\{\uparrow \uparrow\}$ と $\{0 \uparrow\}$ の値	79
17. アップとスターについての等式	80
18. 贈り物の馬	82

付 録

83

19. いくつかの変形ゲームでのニム和ルール	83
20. ウイツ女王と Wythoff のゲーム	84
21. 図 3.8, 3.9 と 3.11 に対する答え	85
22. ヒキガエル対アマガエル	85
23. ゲームを単純化する 2 つの定理	86
24. ハッケンブッシュ列に対する Berlekamp のルール	88
参考文献と先の読みもの	89

第 4 章 除去と分割

91

1. ケイルス	91
2. いくつかの山を用いるゲーム	92
3. $\mathcal{P}$ 局面と $\mathcal{N}$ 局面	93
4. 引き算ゲーム	93
5. Ferguson の対の性質	97
6. Grundy 計算尺	97
7. その他の除去ゲーム	98
8. Dawson のチェス	99
9. ケイルスの周期性	101
10. その他の除去と分割ゲーム	102
11. Dawson のケイルス	104
12. 変形版	104
13. ガイルス	105
14. 3 連続クロス	105
15. 士官ゲーム	106
16. Grundy のゲーム	108
17. Prim と Dim	109
18. ニム値の重複	110
19. 2 倍ケイルスと 4 倍ケイルス	110
20. Lasker のニム	111

付 録 112

21. 周期性に関するいくつかの注意	112
22. 標準形	112
23. 8進ゲームの一覧表	113
24. 追加の注意	121
25. 希薄空間と普通コセット	121
26. Grundy のゲームは究極的に周期的か?	123
27. 希薄空間が計算を加速する	124
28. 算術的周期性を示すゲーム	125
29. 非算術的周期性定理	126
30. いくつかの 16 進ゲーム	129
参考文献と先の読みもの	130

第 5 章 ナンバー, ニンバー, 数なしワンダー 133

1. ドミニーリング	133
2. スイッチゲーム	135
3. 小切手現金化	136
4. いくつかの単純な熱いゲーム	139
5. 最もタイニーなゲーム	140
6. キャッシュフローの近代的な管理	141
7. ヒキガエルとアマガエルのタイニー局面	142
8. ヒキガエルとアマガエルの解剖の開始	143
9. 少年と少女の着席	147

付 録 149

10. 図 5.10 と図 5.11 の答え	149
11. 完全に解剖されたヒキガエルとアマガエル	149
12. 2つの空白マスのあるヒキガエルとアマガエル	152
13. さらに多くのドミニーリングの値	155
参考文献と先の読みもの	160

第 6 章 戦いの熱 161

1. スノート	161
2. 牧場生活のグラフ表示	162
3. ほかに手のない限り数に手を出すな!	163
4. 私にとってその手に含まれるものは何?	164
5. 左ストップと右ストップ	166
6. 冷却——そして温度グラフ	167
7. 冷却は平均値を確定する	168



目 次

xv

8. 温度グラフの描き方	170
9. プレーヤーがいくつかの選択肢をもつとき	171
10. 温度グラフの土台	172
11. 温度グラフの例	173
12. 最後の停止局面での手番は誰？	174
13. 4ストップの例	175
14. 小切手市場での交換	176
15. 順当なゲーム	176
16. 興奮するゲーム	177
17. 拡張温度グラフ	179
18. 正しい傾斜を求める	180
19. 温度調整戦略	181
20. 温度調整戦略はめったに悪くはない！	183
21. 加熱	184
22. 興奮しているのがわかる？	188
23. 利益に執着する友への無限小値の売却	188
24. ニム，熱いゲームにおける遠隔と緊迫	191
25. 過熱	192
26. 子供パーティーの冷却	197
27. しかしパーティーをどのようにして1度冷却するか？	197

付 録

199

28. 3つのスノート補題	199
29. スノート辞書	201
30. 数避定理の証明	202
31. 温度調整戦略はなぜ有効に働くのか	202
32. ブロックバスター	205
33. ... さあ行こう！	205
34. 高温戦略，温度調整戦略，急場戦略	206
参考文献と先の読みもの	207

第7章 ハッケンブッシュ

209

1. 緑ハッケンブッシュ	210
2. 緑木	211
3. 融合	212
4. 融合原理を証明する	213
5. もっと複雑な絵	215
6. 共通マウンディケーキ	216
7. 青赤ハッケンブッシュ	217

8. ハッケンブッシュ・ホッチポッチ	217
9. 花園	219
10. 青花仕掛け	219
11. 原子量	220
12. ジャングルの原子量	221
13. ジャングルの中の経路作り	223
14. 動物の経路を探す	225
15. 驚きのジャングル	229
16. ジャングルの中の賢いゲーム	230
17. 分けられないジャングル	231
18. 青赤ハッケンブッシュも難しくなる！	232
19. セコイア家具	232
20. セコイアベッド	236
21. セコイアベッドはどれくらい大きい？	237
22. この瓶は何だ？	239

付 録 240

23. 順序和, コロン原理, Norton の補題	240
24. 共通ゲームを加える 2 つの方法	241
25. 多次元マウンディケーキ	241
26. 図 7.15 の解	242
27. 驚きのジャングルをすり抜ける経路	243
28. ベッドはどれくらい固かったのか？	244
29. NP 困難	244
30. 第 7 章の最後の瓶	247
参考文献と先の読みもの	247

第 8 章 それは小さな小さな小さな小さな世界 249

1. アップ度と不確実性	250
2. 原子量の計算法	251
3. ケーキ食い	253
4. 原子を分割する	255
5. ケーキ回転食い	256
6. 原子量について知っておく必要のあるすべて, だが聞くのが怖いこと	257
7. 子供っぽいハッケンブッシュ・ホッチポッチ	258
8. 棒つきキャンディーの原子量	260
9. 原子量について成り立つ事柄の証明	261
10. 草花の中でのプレー	262
11. g と h のアップ度が同じであるのはどんなとき？	263



目 次

xvii

12. 風を上げよう！	264
13. すべての彼方のスターは一致する	265
14. 大きなフラワーベッドと小さなフラワーベッド	266
15. 幸運のスターの下でのプレー	268
16. アップの一般化倍数	269
17. 彼方のスターに関するルールの証明	270
18. 「原子量 = アップ度」の証明	272
19. ハッケンブッシュ・ホッチポッチの整数値性	274
20. 型外れ局面の正しい取り扱い	275
21. 活性化されたゲーム	275
22. 駆け引き三角数	276

付 録 279

23. 正ゲームの倍数	279
24. 倍数が働く！	280
25. 最初に“打って”ルールについて	280
26. 次に“打たないで”ルールについて	281
27. アップの倍数をスターでシフトする	282
28. インセンティブに関する一定理	283
29. 5人家族の着席	284
参考文献と先の読みもの	287

記号表 1

索 引 3

ゲーム索引	9
-------	---