

はじめに

1971年にフランク・ハラリイの本の翻訳『グラフ理論』（池田貞雄訳、共立出版）が出版された。その頃から日本でもグラフ理論を研究する数学者が出始めたように思う。1976年には、アッペルとハーケンがコンピュータを長時間使用して4色定理を証明し、大きなニュースになった。その翌年の1977年には、ロバート・コネリーが変形する多面体を発見して、フレームワークの連続変形などに関連する研究も数学者の関心を集めるようになってきた。その後、秋山仁氏らの活躍によって日本での離散数学・グラフ理論等の研究者も増え、今日では、グラフ理論や離散幾何などに関する国際会議が日本でも頻繁に開催されるようになっている。

現在、グラフについての基本的な知識は、理系の学生にとって欠かせないものになっているといってよいであろう。本書はグラフと平面上のフレームワークに関する入門書である。

1章から4章まではグラフの話である。1章は、グラフに関する基本的な用語といろいろなグラフの紹介、2章は木と全域木の話、3章はオイラーグラフとハミルトングラフの話である。4章は、平面グラフとオイラーの公式、グラフの辺彩色、頂点彩色の話である。連結度やマッチングに関する事項もグラフ理論の重要なテーマであるが、この本では割愛した。グラフ理論の基本的なところは

1 章から 4 章でだいたいカバーされていると思う。また、さらにグラフ理論を勉強するのにも困ることはないと思う。

後半の 3 つの章はフレームワークの話である。平面上のフレームワークとは、平面上に描かれたグラフの辺を伸び縮みしない棒とみなし、頂点をジョイントとみなした平面上の装置（仕掛け）のことである。フレームワークに関して書かれた日本語の本は現在のところ殆んど見当たらないので、これらの章で取り上げることにした。

5 章では、フレームワークの連続変形の定義を述べ、変形できるものと変形できないものの例を挙げる。正方形格子状のグラフのいくつかの正方形にパネルを張って、全体を変形できないようにすることを考える。また、四辺形フレームワークの連続変形後の形を記述するパラメータの描く図形を考える。6 章は完全 2 部グラフの変形に関する話である。連続変形できないフレームワークを構成するためのヘネバーグの方法についてもこの章で触れる。7 章は、同じ長さの辺だけからなる等辺フレームワークに関する話題を扱う。

フレームワークの無限小変形というものを導入すれば、線形代数を用いた議論が可能となるが、この本では、無限小変形についてはすべて割愛した。したがって、この本で使われる議論は全く初等的なものである。

全体を通して、理解を助けるため多数の図を挿入し、例題や練習問題も数多く挙げてある。数学を楽しむという気持ちで読んで欲しいと思う。

最後に、本書の原稿を丁寧に読んで下さった飯高茂先生、岡部恒治先生、出版にあたってお世話になりました三浦拓馬さんに感謝いたします。

2017 年 10 月

前原 潤・桑田孝泰