

## まえがき

複数の選択肢（母集団）から最適なものを、データをもとに選択したい場合がしばしば起こる。例えば、製品の強度を改善するために新たに開発された触媒 A, B, C, D の中で強度を最大にする触媒を選択したい。これまで行われてきた方法は**分散分析法**を用い、各触媒での製品の強度の母平均が等しいかどうかの仮説を検定し、等しいという仮説が棄却されたときは標本平均が最大となる触媒を選択する。棄却されなければ母平均に差がないとし、どの触媒を選んでもよいと考え、標本平均が最大となる触媒を選択する。いずれにしても、標本平均が最大となる触媒が選択される。このとき問題となるのは、選択された触媒が、他の触媒と比較して真に製品の強度を最大にするかである。この方法ではその保証は得られない。複数の選択肢から最適なものを選択する問題に分散分析法を用いるのは適切とはいえない。

また、複数の選択肢からいくつかを選択したい場合がある。例えば、現在候補に挙がっている治療薬の中から、より詳しく効能を調べるために治療薬を絞りたい場合である。

このような選択問題を扱う統計的方法を総称して**順位付けと選択** (ranking and selection) と呼ばれている。選択方法の中で、特に重要な方法を取り上げて紹介するのが本書の目的である。

次に各章の内容を解説する。第 1 章は複数の正規母集団の母平均の中で最適な母平均を持つ母集団（**最良母集団**）を選択する問題を扱っている。母平均の選択で母分散が未知であると、標本数を予め固定しては選択方法を構成することはできないことが知られている。この問題を解決するには標本数をデータから決める**逐次的方法** (sequential method) を用いる必要がある。逐次的方法の中でよく用いられるのが**二段階推測法** (two-stage statistical method) である。二段階推測法は標本抽出を二段階に分

け、第一段階の標本をもとに第二段階で抽出する標本数を決定し、推測方法を構成する。逐次的方法としては二段階推測法以外にもいくつか提案されているが、その簡便性と実用性から、本書では二段階推測法を用いることにする。正規分布の母平均の推測に用いられる二段階推測法には二種類ある。標本平均を用いる方法と加重平均を用いる方法である。特に、後者は**分散不均一法** (heteroscedastic method) と呼ばれる。分散不均一法は、選択問題だけでなく、母分散が等しいとは限らない場合に母平均に関する推測方法を構成するのに有用である。選択問題において、**標準値**、**対照母集団**がある場合がある。先ほどの触媒の例で、指定された強度（標準値）を超える触媒がある場合に限り最適な触媒を選択したい場合や、現在使用している触媒（対照母集団）よりも強度において優れた触媒がある場合に限り最適な触媒を選択したい場合である。その場合の選択方法についても解説する。

第2章では、最良母集団を選択するのではなく、最良母集団を含む母集団の部分集合を選択する問題を解説している。この問題は**部分集合選択** (subset selection) と呼ばれる。部分集合選択は、最適な母集団を選択する前に、選択肢を絞るときに用いることができる。標準値、対照母集団がある場合の部分集合の選択問題も取り上げている。

第3章では、正規分布の母平均に関する選択問題以外で特に重要な選択問題を解説している。まず、製品の不良率や薬の有効率に関わる二項分布に関する選択問題である。次に、製品の品質のパラツキを抑えるときに重要である正規分布の母分散に関する選択問題、指数分布の位置母数（閾値）に関する選択問題を説明する。これまでは複数の母集団に関する選択問題であったが、最後に多変量分布に関する選択問題を解説する。最初は多変量正規分布の平均ベクトルの成分の中で最良な成分の選択問題、次に多項分布のカテゴリリーの中で最良なカテゴリリーの選択問題を説明する。

付録Aでは、これまでの章で用いた重要な結果を解説している。最初は標本数を固定すると推測方法が構成できない問題を取り上げ、選択問題以外の推測問題においてもそのような問題が起こることを示す。次に、二段階推測法の特性、および標本数が確率変数となるので、その期待値に

ついて説明している。さらに、二段階推測法の選択問題以外の応用として仮説検定を取り上げている。また、選択方式に用いられる**非重要領域方式** (IZ 方式) と**信頼声明方式** (CS 方式) の同等性を解説している。最後に選択方法の導出に用いられる**スレピアンの不等式** (Slepian's inequality) と**ボンフェローニの不等式** (Bonferroni inequality) を解説している。

各章の構成は、選択方法を解説し、その使い方を例題で説明している。さらに、読者の理解を深めるために演習問題を与えている。章末の補注には、選択方法の解説に参考にした文献、および関連事項を記載している。また、各章で用いた結果 (定理) の導出に興味のある読者のために、巻末の付録 B で、定理の証明を与えている。選択方法を使用するには、数表が不可欠である。各章に記載されている数表の数値は、数式ソフト **Mathematica** を用いて求めた値である。

最後に、本書を執筆する機会を与えてくださった本シリーズの編集委員長でもある鎌倉稔成先生 (中央大学)、貴重なコメントをいただいた閲読者の先生方、さらに本書の出版に際して大変お世話になった共立出版編集部の方々に感謝の意を表します。

2019 年 3 月

高田佳和