まえがき

3次元空間での回転の表現や解析に関しては多くの書物が著されているが，それらのほとんどは物理学の教科書である．それは，3次元回転運動が古典力学，量子力学の主要なテーマの一つだからである．例えば，剛体の慣性運動の解析はロケットや人工衛星や航空機の制御に必須であり，原子や電子などの素粒子のスピンの角運動量やエネルギーの解析は量子力学の基礎となっている．

しかし，近年，コンピュータの発展によって，より身近な問題で3次元回転を扱うことが多くなった．例えば，カメラや3次元センサーによる3次元計測や，コンピュータビジョン，コンピュータグラフィクスにおける3次元の解析やモデリング，また，ロボットの制御やシミュレーションなどにおいて3次元回転の処理，計算が必要となる．本書は，力学的な「運動解析」ではなく，コンピュータによる「計算処理」の観点から，3次元回転に関する話題を解説したものである．

計算処理の中心はパラメータ推定であり，特にデータに誤差があるときが問題となる．これに対処するには，誤差を確率統計的にモデル化して，精度を最大化する最適計算が必要となる．このような，変数として回転を含む問題は非線形最適化の典型である．本書では，コンピュータビジョンの代表的な問題を例にとってこれを説明する．

3次元回転全体は群を成し，「回転群」と呼ばれ，$SO(3)$ と記される．そして，その数学的な性質は古くから数学者によって解明されている．まず，この性質を用いれば，回転を含む非線形最適化の解が，ある形の問題では解析

的に得られることを示す．しかし，一般には数値的探索が必要となる．そのためには，引数となる回転を微小に変化させたときの関数の変化の解析が必要となる．微小回転は「リー代数」と呼ばれる線形空間を作る．本書では最適化の数値探索法として，この性質を用いた「リー代数の方法」と呼ぶ方法を定式化する．

このような内容は我が国では初めてではないかと思われる．本書を読むには群論のような抽象的な数学の知識は必要ないが，基本的な線形代数の知識は仮定している．本書で用いるレベルの線形代数の復習には，パタン情報処理のために書かれた教科書 [24] が適している．付録として，巻末に位相空間，多様体，リー群，リー代数についての簡単な解説を加えた．

本書に原稿段階で目を通して，いろいろなご指摘を頂いた東京大学の杉原厚吉名誉教授，福井大学の保倉理美教授，（株）朋栄の松永力氏，元（株）住友精密工業の孫崎太氏に感謝します．最後に，本書の編集の労をとられた共立出版（株）の大越隆道氏，髙橋萌子氏にお礼を申し上げます．

2019 年 6 月　　　　金谷健一