まえがき

「統計学にとって，正規分布の重要性は改めて強調するまでもないことである．いろいろな統計的方法のうち 80% くらいまでは，データが正規分布に従うことを仮定して論ぜられている」

これは，竹内啓先生が柴田義貞先生の著書『正規分布』[54] に寄せた序文からの抜粋であり，データが正規分布に従うとする仮定の重要性を述べた一節である．ここで，データが正規分布に従うことと，正規母集団からの標本の実現値としてデータが取られていることは同じ意味である．

微分積分，線形代数を修めた学生が次に学ぶであろう統計学の入門において，ほとんどすべての統計的推測の方法は正規母集団を前提としている．本書では，与えられたデータに立脚し，母集団分布として正規分布を仮定することの妥当性を立証する方法，あるいはそのように考えてもその後の理論展開に影響を与えないことを保証する方法を紹介する．これらの方法を総称して正規性の検定と呼んでいる．

正規性の検定は，統計的推測の検定問題

$$H_0\text{: 正規母集団である} \quad \text{vs} \quad H_1\text{: 正規母集団でない}$$

と表現できる．そして，正規性の検定問題を解くための一連の手続き（本書では検定方式という）は，次の 4 段階からなる．

(1) 正規分布を特徴付けるよい性質あるいは特性値に着目すること．
(2) 帰無仮説 H_0 のもとでの (1) に対応する検定統計量の正確な（あるいは近似）分布を導出すること．
(3) (2) で求めた統計量分布から棄却域を構成すること．
(4) 検出力に基づき既存手法との性能比較をすること．

さらに，正規性の検定方式を大別すると

統計学One Point［16］巻　正規性の検定
中川 重和著
https://www.kyoritsu-pub.co.jp/bookdetail/9784320112674

A　分布の特性値に基づく方式（標本歪度，標本尖度，あるいはこれらの組み合わせ）
B　分位点に基づく方式（正規 Q-Q プロット，Shapiro–Wilk 型検定）
C　適合度に基づく方式（Kolmogorov 検定，Cramér–von Mises 検定）

となる．したがって，本書の構成もほぼこの順番に準拠している．

本書は全 6 章と付録からなる．第 1 章は，正規性の検定の準備の章である．正規分布を含む連続型分布の定義から始め，歪度や尖度などの分布の特性値を定義する．データの正規分布へのあてはめについても論じる．第 2 章は，正規性検定の基本的な考え方を紹介する章である．H_0 のもとでの標本歪度と標本尖度の漸近正規性を述べ，それらに基づく検定方式を述べる（上述 A）．第 3 章では，上述 B, C の検定について議論する．第 4 章では，標本歪度と標本尖度分布の正規化変換に基づく近似分布を取り扱う．第 2 章での議論が大標本論に基づくのに対し，本章ではより実用的な，つまり標本の大きさが中程度（20 から 50 程度）の場合を想定する．第 5 章では，第 4 章までに扱った検定統計量の検出力による比較を行う．検出力計算には統計解析システム R を用いる．第 6 章では，正規母集団のもとでの小標本の標本歪度と標本尖度の分布，およびこれらの同時分布に関して議論する．なお，付録 A は補遺であり，付録 B は R に関する記述である．

正規性の検定に関する研究論文は多数存在する．それにもかかわらず，正規性の検定に関するまとまった記述のある文献は，あまり多くない．筆者の知る限り，洋書では [8], [47]，和書では [54], [69]，論文では [57] である．もしも，本書がこれらのひとつに仲間入りできるのであれば，筆者にとってこの上ない喜びである．

本書が想定する読者層は，推測統計学の初歩を一通り学んだ学部 3, 4 年生もしくは同程度の知識を有するデータ・サイエンティストの方々であ

統計学One Point［16］巻　正規性の検定
中川 重和著
https://www.kyoritsu-pub.co.jp/bookdetail/9784320112674

る．統計学に関しては，具体的には [50], [51], [53], [59], [60], [64], [70] などと同程度の内容を知っていることが望ましい．なお，本書の前半部分は，2010 年 2 月に島根大学総合理工学部 3, 4 年生対象に実施した集中講義「数理解析特論 III・応用解析学特論 IV」の経験を基にしている．

統計学 One Point シリーズ編集委員長の鎌倉稔成先生（中央大学）には，本書の執筆をすすめてくださったことに感謝申し上げます．恩師である仁木直人先生（東京理科大学名誉教授）には，本書の草稿段階から丁寧に読んでいただき，さらに多大な助言をいただいたことに感謝申し上げます．共同研究者の橋口博樹先生（東京理科大学），黒田正博先生（岡山理科大学），小野陽子先生（横浜市立大学）には，本書の構想段階でいろいろと相談に応じていただいたことに感謝致します．また，篠崎絢様（東京理科大学大学院研究生）には，読者の立場から原稿を読んでいただきました．ありがとうございます．共立出版編集部には，原稿の遅れについて寛容であったことに感謝致します．

2019 年 6 月

中川重和（岡山理科大学）