統計学One Point［17］巻　統計的不偏推定論
赤平 昌文著
https://www.kyoritsu-pub.co.jp/bookdetail/9784320112681

まえがき

時代の変化，先端技術の進歩とともに統計学が注目を集めるようになり，コンピュータによるシミュレーションによって様々な問題が解決されることが多いが，アドホックになりがちである．そこを打破するためには理論構築が欠かせない．数理統計学の理論は 1950 年代に基礎的な部分がほぼ体系化されたが，その後，漸近理論を中心にさらに発展して高次漸近理論の完成に至っている．

本書では数理統計学の中でも美しい理論構成をもつ不偏推定論に焦点を当てた．まず，不偏性，十分性，完備性等の概念について論じる（第 1 章）．次に，一般に，未知の母数をもつ母集団分布から抽出された無作為標本に基づく母数の関数の推定量は多く存在するので，それらの比較を考える．しかし，それぞれが偏りをもつので，その際に，平均 2 乗誤差を用いれば良さそうだが，ある矛盾をはらむ場合があるので注意を要する（1.5 節のコラム「平均 2 乗誤差に関わるパラドックス」参照）．通常は，標本の大きさを固定して不偏推定量全体のクラスを考え，その中で分散を(母数に関して一様に)最小にする不偏推定量，すなわち(一様)最小分散不偏 ((uniformly) minimum variance unbiased，略して (U)MVU) 推定量を求める．

一つのアプローチは情報不等式による不偏推定量の分散の下界を達成する (U)MVU 推定量を求める方法である（第 2 章）．そして，もう一つのアプローチは，完備十分統計量が存在する場合に，その関数で不偏推定量となるものを見つけて UMVU 推定量を求める方法である．実際，一つの不偏推定量を見つけて，それの完備十分統計量による条件付期待値を求めればよいが，具体的に UMVU 推定量の形を得るのは必ずしも容易ではない．しかし，分布をいくつかの分布族に制限すれば，条件付化法や不偏性の条件による方程式に基づく方法等によって可能になる（第 3, 4 章）．他

方，中央値不偏性の概念は分布そのものに基づくので，真の母数の周りでの集中確率を評価するのに有用であり，その際，最強力検定の手法を巧妙に用いるところにも特徴をもつ（2.6 節）．

また，線形モデルにおける不偏推定についても述べ（付録 A.1），そして，標本の大きさを無限に大きくする漸近理論において，集中確率の観点から漸近中央値不偏推定量の評価も含めて，推定量の漸近的性質について論じる（付録 A.2）．さらに，本書で論じた大部分の分布の母数に関する UMVU 推定量を付表としてまとめる（付録 A.3）．最近，ビッグデータが衆目を集めているが，「データが増えれば情報は増大するか？」という問いに必ずしもそうはならない自然な例を情報量，十分性の観点から挙げる（2.2 節のコラム参照）．

本書では主として不偏推定量全体のクラスを対象としているが，偏りをもつ推定量を比較するときには，比較する対象の偏りと同じ偏りをもつように補正してから行うことが本質的で，必ずしも不偏推定量に限る必要はない．本書で用いられた手法は不偏推定論のみならず，他の理論においても有用となるであろう．なお，本書では統計学入門程度の知識を前提としているが，理解を深めるために例を多用している．そこで例の索引を設けて便宜をはかるとともに，さらに参考にした書籍についても言及している．

最後に，本書を完成するに当たって，筑波大学の小池健一准教授，大阪府立大学の田中秀和准教授に原稿を読んで貴重な御意見を頂き，また，広島大学の橋本真太郎准教授に原稿の打ち込みや図の作成等をして頂き，さらに筑波大学の大谷内奈穂助教にも最終稿の校正に協力して頂いた．皆様には心から感謝申し上げたい．

本書の出版に際して，本シリーズの編集委員長の中央大学の鎌倉稔成教授，そして共立出版編集部の方々にいろいろお世話になった．ここに厚く感謝申し上げたい．

2019 年 10 月

赤平昌文