

## 本文書について

本文書は、教科書『わかりやすい振動工学』(砂子田，伊藤，鄭，平元 著)の本文中の図表作成に用いた MATLAB m-file のリストをまとめたものです。

動作確認は、MATLAB2007a で行いました。他のバージョンでも問題なく動作すると思われますが、問題のある場合は適宜変更をお願いします。

なお、一部の m-file では、MATLAB とある程度の互換性のあるフリーソフトウェア Octave でも動作を確認していますが、動作結果の保証はいたしません。

教科書本文および本文書において、MATLAB 自体の使用法についての説明は行いません。使用法については、ソフトウェア付属のマニュアルや、出版されているテキスト（参考文献 [1] など）を参照してください。

プログラムリスト中にはコメント文を比較的多く記載して、ユーザの利便性を図っています。本プログラムの著作権は著者に帰属しますが、改変は自由ですので、リスト中の変数値を適宜変更して、教科書本文とは異なる条件での計算を行ってみてください。もちろん、自身の問題に取り組む際の基礎としてこれらのプログラムを使っていただいてもかまいません。

本プログラムが、読者の皆様の理解の助けになれば幸いです。

## 参考文献

- [1] 上坂 吉則 (2000) ,『MATLAB プログラミング入門』, 牧野書店 .

## 2章で使用された m-file

m-file s213.m

```
%2.1.3項 粘性減衰のある1自由度系の自由振動
clear;
format short e

%固有円振動数omega_n [rad/s]
omega_n=1;

%減衰比（過減衰）
zeta_o=1.2;

%減衰比（臨界減衰）
zeta_cr=1;

%減衰比（不足減衰）
zeta_u=0.1;

%初期値応答

%時間区間
t=0:0.1:30;
%初期条件
x0=0.2;v0=0.5;

%過減衰
lambda1=(-zeta_o+sqrt(zeta_o^2-1))*omega_n;
lambda2=(-zeta_o-sqrt(zeta_o^2-1))*omega_n;

xoP=1/(lambda1-lambda2)*(v0-lambda2*x0)*exp(lambda1*t);
xoN=-1/(lambda1-lambda2)*(v0-lambda1*x0)*exp(lambda2*t);
x_o=xoP+xoN;
%グラフ描画(図2.7)
clf,plot(t,x_o,t,xoP,t,xoN),grid,xlabel('t'),ylabel('x'),title('Overdamping')

%臨界減衰
figure
xL=x0+(v0+omega_n*x0)*t;
x_cr=xL.*exp(-omega_n*t);
%グラフ描画(図2.8)
plot(t,x_cr,t,xL),grid,xlabel('t'),ylabel('x'),title('Critical damping')

%不足減衰
figure
omega_d=sqrt(1-zeta_u^2)*omega_n;
x_u=exp(-zeta_u*omega_n*t).*(x0*cos(omega_d*t)...
+(v0 + zeta_u*omega_n*x0)/omega_d*sin(omega_d*t) );

%包絡線
envP=exp(-zeta_u*omega_n*t)*sqrt(x0^2+(v0+zeta_u*omega_n*x0)^2/omega_d^2);
envN=-envP;
%包絡線と共に描画(図2.9)
clf,plot(t,x_u,t,envP,t,envN),grid,xlabel('t'),ylabel('x'),title('Underdamping')
```

### m-file ex26.m

```
%例題2.6
clear
format short e
%物理パラメータ定義
m=100;%質量 [kg]
k=4800;%ばね定数 [N/m]
c=100;%粘性減衰係数

%初期条件
x0=0.1;v0=0.2;

%臨界減衰係数 [Ns/m]
cc=2*sqrt(m*k)
%減衰比
zeta=c/cc
%非減衰固有円振動数 [rad/s]
omegan=sqrt(k/m)
%減衰固有円振動数 [rad/s]
omegad=sqrt(1-zeta^2)*omegan

%振幅A_0 [m]
A=sqrt(x0^2+(v0+zeta*omegan*x0)^2/((1-zeta^2)*omegan^2))

%位相差phi [rad]
phi=atan(sqrt(1-zeta^2)*omegan*x0/(v0+zeta*omegan*x0))

%時間 (0から5 [s]まで0.05[s]刻み)
t0=0;tf=5;dt=0.05
t=t0:dt:tf;

%振動変位x(t)
x=A*exp(-zeta*omegan*t).*sin(omegad*t+phi);

%x(t)の描画 (図2.10)
clf,plot(t,x),xlabel('t [s]'),ylabel('x [m]'),grid
```

### m-file s214.m

```
%2.1.4項 摩擦力が作用する場合の減衰自由振動 (初期条件x(0)=x0, v(0)=0)
clear
format short e

%物理パラメータ
m=1;%質量 [kg]
k=1;%ばね定数 [N/m]
mu=0.005;%摩擦係数
g=9.8;%重力加速度 [m/s^2]

%固有円振動数 [rad/s]
omega_n=sqrt(k/m)

%摩擦力の大きさ [N]
F=mu*m*g;

%s=F/k
s=F/k;
```

```

%初期条件x0 ( v0=xdot(0)は0に固定 )
x0=1;

%変位
x(1)=x0;
%時間 ( 初期時刻 : 時間刻み : 終端時刻 )
t=0:0.01:1000;
count=1;
%変位がsを超えるまで応答計算
for i=1:length(t)
    index=omega_n*t(i);%現在の振動状態を決定するための指標
    %応答変位x
    x(i)=(x0-(2*count-1)*s)*cos(omega_n*t(i))+(-1)^(count-1)*s;
    %速度v
    v(i)=-(x0-(2*count-1)*s)*omega_n*sin(omega_n*t(i));

    %振動の半周期ごとにcountを加える .
    if omega_n*t(i)>count*pi
        count=count+1;
    end

    %速度の符号
    sigv(i)=sign(v(i));

    %変位の絶対値がs未満で , かつ速度の符号が変わったとき , 計算終了 .
    if i>1
        if abs(x(i))<=s & sigv(i-1)*sigv(i)==-1
            it=i;
            break;
        end
    else
        ;
    end
end

%応答を描画 ( 図2.13 )
clf,plot(t(1:it),x), xlabel('t'), ylabel('x'), grid
%+-sの幅
line([0 t(it)],s*[1 1]);
line([0 t(it)],-s*[1 1]);

```

### m-file s221.m

```

%2.2.1項 調和外力による不減衰系の強制振動
%応答倍率曲線X/Xstの描画
clear
format short e

%周波数比lambda=omega/omega_n
lambda=[0:0.01:3];

M=1./(1-lambda.^2);

%応答倍率曲線の描画 ( 図2.16 )
clf,plot(lambda,M), xlabel('lambda'), ylabel('M'), grid

```

### m-file s222.m

```
%2.2.2項 調和外力による減衰系の強制振動
clear
format short e

%周波数比lambda=omega/omega_n
lambda=[0:0.01:3];
zeta=[0 0.1 0.2 0.6 1];

for i=1:length(zeta)
    M(i,:)=1./sqrt((1-lambda.^2).^2 + (2*zeta(i)*lambda).^2);
    phi(i,:)=atan( 2*zeta(i)*lambda./(1-lambda.^2) )*180/pi;
end

%不連続関数になっている位相を連続関数化
[mp,np]=size(phi);
for i=1:length(zeta)
    for j=1:np
        if phi(i,j)<0
            phi(i,j)=phi(i,j)+180;
        end
    end
end

ind=find(lambda==1);
phi(1,ind:np)=180;

%振幅倍率と位相応答曲線の描画（図2.18）
clf,subplot(121),plot(lambda,M),xlabel('\lambda'),ylabel('M'),grid
subplot(122),plot(lambda,phi),xlabel('\lambda'),ylabel('\phi'),grid
```

### m-file ex211.m

```
%例題2.11 調和外力による減衰系の強制振動
%速度応答倍率 M_v=A omega/(X_st omega)
%加速度応答倍率 M_alpha=A omega^2/(X_st omega_n^2)
clear
format short e

%周波数比lambda=omega/omega_n
lambda=[0:0.01:2];
zeta=[0 0.1 0.2 0.6 1];

for i=1:length(zeta)
    %速度応答倍率M_v
    Mv(i,:)=lambda./sqrt((1-lambda.^2).^2 + (2*zeta(i)*lambda).^2);
    %加速度応答倍率M_alpha
    M_alpha(i,:)=lambda.^2./sqrt((1-lambda.^2).^2 + (2*zeta(i)*lambda).^2);
end

%M_vおよびM_alphaの描画（図2.19）
clf,subplot(121),plot(lambda,Mv),xlabel('\lambda'),ylabel('M_v'),grid
subplot(122),plot(lambda,M_alpha),xlabel('\lambda'),ylabel('M_\alpha'),grid
```

### m-file s223.m

```
%2.2.3項 基礎励振系の強制振動
clear
format short e

%周波数比lambda=omega/omega_n
lambda=[0:0.01:3];
zeta=[0 0.1 0.2 0.6 1];

for i=1:length(zeta)
M(i,:)=sqrt(1+(2*zeta(i)*lambda).^2)./sqrt((1-lambda.^2).^2 + (2*zeta(i)*lambda).^2);
phi(i,:)=atan( 2*zeta(i)*lambda.^3./(1+(4*zeta(i)^2 -1)*lambda.^2) )*180/pi;
end

%不連続関数になっている位相を連続関数化
[mp,np]=size(phi);
for i=1:length(zeta)
for j=1:np
if phi(i,j)<0
phi(i,j)=phi(i,j)+180;
end
end
end

ind=find(lambda==1);
phi(1,ind:np)=180;

%振幅倍率と位相応答曲線の描画（図2.21）
clf,subplot(121),plot(lambda,M),xlabel('\lambda'),ylabel('M'),grid
subplot(122),plot(lambda,phi),xlabel('\lambda'),ylabel('\phi [^\circ]'),grid
```

### m-file s231.m

```
%2.3.1項 単位ステップ関数に対する応答
%初期条件：x(0)=0, xdot(0)=0
clear
format short e
%固有円振動数omega_n
m=1;k=1;omega_n=sqrt(k/m);
%時間
t=0:0.01:7*omega_n*pi;
zeta=[0 0.05 0.2];

for i=1:length(zeta)
omega_d=sqrt(1-zeta(i)^2)*omega_n;
%単位ステップ応答I(t)
I(i,:)=1/k*(1-exp(-zeta(i)*omega_n*t)).*( cos(omega_d*t)...
+ zeta(i)/sqrt(1-zeta(i)^2)*sin(omega_d*t) );
end

%単位ステップ応答の描画（図2.26）
clf,plot(t,I),xlabel('omega_n t'),ylabel('I(t)'),grid
```

### m-file ex214.m

```
%例題2.14 ステップ関数に対する応答試験
%初期条件 : x(0)=0, xdot(0)=0
clear
format short e
%各パラメータ
m=100 %質量 [kg]
k=2.5e3 %ばね定数 [N/m]
F=1000 %電磁石発生力F [N]

%固有円振動数omega_n
omega_n=sqrt(k/m);
%時間
t=0:0.01:3;
%減衰比zeta
zeta=[0.03 0.05 0.1 0.2 0.3];

for i=1:length(zeta)
    phi(i)=atan(sqrt(1-zeta(i)^2)/zeta(i));
    omega_d=sqrt(1-zeta(i)^2)*omega_n;
    %ステップ応答x(t)
    x(i,:)=F/k*(1-exp(-zeta(i)*omega_n*t))/sqrt(1-zeta(i)^2).*sin(omega_d*t+phi(i)));
end

%それぞれの減衰比zetaに対するx(t)の描画 ( 図2.28 )
clf,plot(t,x),xlabel('t [s]'),ylabel('x [m]'),grid
```

### 3章で使用された m-file

m-file s331.m

```
%3.1.1項 減衰のない2自由度系の強制振動
%振動応答倍率計算，描画

clear;
format short e
%物理パラメータ
m1=1,m2=0.25;%質量 [kg]
k1=100,k2=25;%ばね定数 [N/m]

F0=1 %調和外力の振幅 [N]

omega_11=sqrt(k1/m1); omega_12=sqrt(k2/m1);omega_22=sqrt(k2/m2);
X_st=F0/k1;

%固有振動数omega_n1, omega_n2
o_s=omega_11^2+omega_22^2+omega_12^2;
omega_n1=sqrt(1/2*( o_s-sqrt(o_s^2-4*omega_11^2*omega_22^2)));
omega_n2=sqrt(1/2*( o_s+sqrt(o_s^2-4*omega_11^2*omega_22^2)));

%周波数軸の定義（固有振動数付近を除く）
%omega_r1=omega_n1/omega_22;
%omega_r2=omega_n2/omega_22;
fac_l=0.999;
fac_h=1.001;
fac_omega=3;
%0<=omega<fac_l*omega_n1 (低周波数領域)
omega_l=[0:0.005:fac_l*omega_n1];
%fac_h*omega_n1<omega<fac_l*omega_n1 (中間周波数領域)
omega_m=[fac_h*omega_n1:0.005:fac_l*omega_n2];
%omega_n2<omega<fac_omega*omega_22 (高周波数領域)
omega_h=[fac_h*omega_n2:0.005:fac_omega*omega_22];

%周波数応答関数
nu=m2/m1;%質量比

%分母D(omega)
%0<=omega<fac_l*omega_n1 (低周波数領域)
Dl=( 1-(omega_l/omega_11).^2 ).*( 1-(omega_l/omega_22).^2 )...
-nu*(omega_l/omega_11).^2;
%fac_h*omega_n1<omega<fac_l*omega_n1 (中間周波数領域)
Dm=( 1-(omega_m/omega_11).^2 ).*( 1-(omega_m/omega_22).^2 )...
-nu*(omega_m/omega_11).^2;
%omega_n2<omega<fac_omega*omega_22 (高周波数領域)
Dh=( 1-(omega_h/omega_11).^2 ).*( 1-(omega_h/omega_22).^2 )...
-nu*(omega_h/omega_11).^2;

%X1(omega), X2(omega)
%0<=omega<fac_l*omega_n1 (低周波数領域)
X1l=X_st*( 1-(omega_l/omega_22).^2 )./Dl;
%fac_h*omega_n1<omega<fac_l*omega_n1 (中間周波数領域)
X1m=X_st*( 1-(omega_m/omega_22).^2 )./Dm;
%omega_n2<omega<fac_omega*omega_22 (高周波数領域)
X1h=X_st*( 1-(omega_h/omega_22).^2 )./Dh;
```

```

%0<=omega<fac_l*omega_n1 ( 低周波数領域 )
X2l=X_st./Dl;
%fac_h*omega_n1<omega<fac_l*omega_n1 ( 中間周波数領域 )
X2m=X_st./Dm;
%omega_n2<omega<fac_omega*omega_22 ( 高周波数領域 )
X2h=X_st./Dh;

%振動倍率M1=X1/X_st, M2=X2/X_st
M1l=X1l/X_st; M1m=X1m/X_st; M1h=X1h/X_st;
M2l=X2l/X_st; M2m=X2m/X_st; M2h=X2h/X_st;

%振動倍率M1を描画 ( 図3.12(a) )
omega_rl=omega_l/omega_22;%周波数比
omega_rm=omega_m/omega_22;
omega_rh=omega_h/omega_22;

clf, subplot(121), ...
plot(omega_rl,M1l,'b',omega_rl,abs(M1l),'r--',omega_rm,M1m,'b',...
omega_rm,abs(M1m),'r--',omega_rh,M1h,'b',omega_rh,abs(M1h),'r--'),
xlabel('\omega/\omega_{22}'), ylabel('M_1'), legend('M_1', '|M_1|'), grid
%omega/omega_22=1 を通る線を描画
line([1 1],[-10 10])
%漸近線を描画
line([omega_n1/omega_22 omega_n1/omega_22], [-10 10])
line([omega_n2/omega_22 omega_n2/omega_22], [-10 10])

%振動倍率M2を描画 ( 図3.12(b) )
subplot(122), ...
plot(omega_rl,M2l,'b',omega_rl,abs(M2l),'r--',omega_rm,M2m,'b',...
omega_rm,abs(M2m),'r--',omega_rh,M2h,'b',omega_rh,abs(M2h),'r--'),
xlabel('\omega/\omega_{22}'), ylabel('M_2'), legend('M_2', '|M_2|'), grid
%omega/omega_22=1 を通る線を描画
line([1 1],[-10 10])
%漸近線を描画
line([omega_n1/omega_22 omega_n1/omega_22], [-100 100])
line([omega_n2/omega_22 omega_n2/omega_22], [-100 100])

```

### m-file s332.m

```

%3.3.2項 減衰のある2自由度系の強制振動
%主系の振動応答倍率|M1|の計算, 描画
clear;
format short e
%物理パラメータ
m1=1,m2=0.05%質量 [kg]
k1=100,k2=5%ばね定数 [N/m]
F0=1 %調和外力の振幅 [N]

omega_11=sqrt(k1/m1); omega_12=sqrt(k2/m1); omega_22=sqrt(k2/m2);
X_st=F0/k1;

%周波数軸の定義 ( 固有振動数付近を除く )
omega_l=0.7; omega_u=1.3; omega=[omega_l:0.005:omega_u]*omega_22;

%周波数応答関数
nu=m2/m1;%質量比
%虚数単位

```

```

i=sqrt(-1);

zeta=[0 0.05 0.1 0.2 0.3];
for j=1:length(zeta)
%分母E(omega)
E=( 1-(omega/omega_11).^2 ).*( 1-(omega/omega_22).^2 )...
-nu*(omega/omega_11).^2+2*i*zeta(j)*(omega/omega_22).*...
( 1 - (1+nu)*( omega/omega_11 ).^2 );
%振動倍率M1, M2
M1(j,:)=sqrt( (1-(omega/omega_22).^2).^2 +...
( 2*zeta(j)*(omega/omega_22) ).^2 )./abs(E);
M2(j,:)=sqrt( 1 + ( 2*zeta(j)*(omega/omega_22) ).^2 )./abs(E);
end

%zeta=infinityの場合
omega_inf=sqrt(k1/(m1+m2));
M1inf=1./(1-(omega/omega_inf).^2);

%振動倍率M1の描画 (図3.14)
omega_r=omega/omega_22;%周波数比
clf,plot(omega_r,abs(M1),omega_r,abs(M1inf)),...
xlabel('\omega/\omega_{22}'),ylabel('|M_1|'),grid

```

## 4章で使用された m-file

m-file sol45.m

```
%章末問題4.5
%3自由度系のm1の振幅倍率曲線の計算・描画
clear
format short e
%物理パラメータ
m1=10000,m2=8000,m3=10000 %質量 [kg]
k1=2e6,k2=2e6;k3=2e6;k4=2e6 %ばね定数 [N/m]
F0=10000;%強制振動の振幅
X_st=F0/k1;
omega_11=sqrt(k1/m1);omega_22=sqrt(k1/m2);
%質量比
nu=m2/m1;

%周波数軸
omega_r=[0:0.005:2.5];
omega=omega_r*omega_11;

%m1, k1からなる1質点系の振幅倍率 M1=|X_1/X_st|
M1=1./abs(1-(omega/omega_11).^2);

%2階建て建物でのm1の振幅倍率 M1=|X_1/X_st|
D=(1-(omega/omega_11).^2).*((1-(omega/omega_22).^2)-nu*(omega/omega_11).^2;
M1_2=abs((1-(omega/omega_22).^2))./abs(D);

%連結時(3自由度系)
%質量行列
M=[m1 0 0;
    0 m2 0;
    0 0 m3];
%剛性行列
K=[k1+k2 -k2 0;
   -k2 k2+k4 -k4;
   0 -k4 k3+k4];
%固有値, 固有ベクトル
%一般化固有値問題
%-lambda_i^2 M X_i = K X_i (i=1,2,3)の解
%Ls*(-M)=KX (Ls=diag(lambda_1^2,lambda_2^2,lambda_3^2), X=[X1 X2 X3])
%の形で導出
[X,Ls]=eig(K,-M);
lambda=diag(Ls);
%ソート
[lambda,ind]=sort(lambda,'descend');%固有値を降順に並べる
X=X(:,ind)%ソート結果に合わせて固有ベクトルの列もソート

%次固有円振動数 omega_n(i)
%次モード形状 X(:,i) (1行目が1になるように正規化)
%次モード質量 Ms(i)
for i=1:size(X,2)
    omega_n(i)=sqrt(-lambda(i));
    X(:,i)=X(:,i)/X(1,i);
    Ms(i)=X(:,i)'*M*X(:,i);
end

%固有円振動数, モード形状, モード質量
```

```

omegan
X
Ms

%m1の振幅倍率 M1=|X_1/X_st|
M1_3=abs(1./(Ms(1)*(omegan(1)^2-omega.^2))...
+1./(Ms(2)*(omegan(2)^2-omega.^2))...
+1./(Ms(3)*(omegan(3)^2-omega.^2)))*F0/X_st;

%m1の振幅倍率曲線の描画(図6a)
clf,plot(omega_r,M1,omega_r,M1_2,omega_r,M1_3),...
xlabel('omega/omega_{11}'),ylabel('|M_1|'),grid
legend('1dof system','2dof system','3dof system');

```

## 5章で使用された m-file

### m-file s512.m

```
%5.1.2項 弦の振動(1次元波動方程式)  
%弦の固有振動モード  
clear;  
format short e  
%弦の長さ  
l=1;  
x=[0:0.01:1]*l;  
  
F1=sin(pi*x./l);%1次モード  
F2=sin(2*pi*x./l);%2次モード  
F3=sin(3*pi*x./l);%3次モード  
  
%モード形状描画(最大値1)(図5.2)  
clf,plot(x,F1,x,F2,x,F3),grid,...  
 xlabel('x'),ylabel('F(x)')
```

### m-file s532.m

```
%5.3.2項  
%片持はりの振動数方程式の近似解導出のためのmfile  
clear;  
format short e  
  
%固有値lambda  
lambda=0:1e-4:10;  
  
y1=cos(lambda); %cos(lambda): 式(5.121)左辺  
y2=-1./cosh(lambda); %-1/cosh(lambda): 式(5.121)右辺  
  
%グラフプロット:二つのグラフの交点が, 振動数方程式の解になる.  
clf,plot(lambda,y1,lambda,y2),grid,xlabel('\lambda'),...  
 legend('cos(\lambda)', '-1/cosh(\lambda)')  
  
%零近似値  
tol=1e-4;  
%|y1-y2|が零近似値未満の配列番号  
%tolを大きくすぎると解候補の数が多くなり,  
%小さくし過ぎると解が見つからなくなる.  
ind=find(abs(y1-y2)<tol);  
  
%対応するlambdaの値(振動数方程式の近似解候補)  
lambda_s=lambda(ind)
```

この設定で実行したときの出力lambda\_s

```
lambda_s =  
1.8751e+000 4.6940e+000 4.6941e+000 7.8547e+000 7.8548e+000
```

...図5.8とこの出力値より,  $0 \leq \lambda \leq 10$  での振動数方程式 (5.144) の解を,  $\lambda_1 \simeq 1.8751$ ,  $\lambda_2 \simeq 4.6940$  (4.6940 と 4.6941 の間),  $\lambda_3 \simeq 7.4587$  (7.8547 と 7.8548 の間) と決定できる.

### m-file ex54.m

```
%例題5.4: 片持はりのコンプライアンス
clear;
format short e
%はりの密度rho, 断面積A, 長さL, 曲げこわさEI
rho=1;A=0.01;L=1;EI=1;
%力振幅F
F=1;
%座標
dx=0.001;
x=0:dx:L;

%固有値 ( s532.mより導出 )
la=[1.875100000000000e+000;
     4.694000000000000e+000;
     7.854700000000000e+000;
     1.099550000000000e+001;
     1.413710000000000e+001;
     1.727870000000000e+001;
     2.042040000000000e+001;
     2.356200000000000e+001;
     2.670360000000000e+001;
     2.984520000000000e+001];

alpha=(cosh(la)+cos(la))./(sinh(la)+sin(la))
kappa=zeros(1,length(la));
%モード関数
for i=1:length(la)
    %固有円振動数omega_i
    omega_i(i)=la(i)^2/L^2*sqrt(EI/(rho*A));
    %モード関数Y_i(x)
    Y(i,:)=cos(la(i)/L*x)-cosh(la(i)/L*x)-alpha(i)*(sin(la(i)/L*x)-sinh(la(i)/L*x));
    %kappa_i=Integtal_0^L Y_i^2(x) dxのリーマン和による近似計算
    kappa(i)=sum(L*dx*Y(i,:).^2);
end
kappa

%周波数の定義 [rad/s]
df=.05;
freq=10:df:10^4;

%加振点L1と観測点L2
L1=L/2;
L2=L;

%変位応答関数の計算
for i=1:length(la)
    %Y(L1)
    Y_L1(i)=cos(la(i)/L*L1)-cosh(la(i)/L*L1)-alpha(i)*(sin(la(i)/L*L1)-sinh(la(i)/L*L1));
    %Y(L2)
    Y_L2(i)=cos(la(i)/L*L2)-cosh(la(i)/L*L2)-alpha(i)*(sin(la(i)/L*L2)-sinh(la(i)/L*L2));
    %G(omega)
    G(i,:)=1/(rho*A*kappa(i))*1./((omega_i(i).^2*ones(1,size(freq,2))-freq.^2)*Y_L1(i)*Y_L2(i));
    %G2(i)=EI/L^3;%rho*A*kappa(i);
    %G(i,:)=G1(i,:)/G2(i);
end
```

```
Gomega=sum(G);  
  
%固有円振動数 (length(1a)次まで) [rad/s]  
omega_i  
  
%コンプライアンスの描画 (図5.19)  
clf, subplot(211), semilogx(freq, 20*log10(abs(Gomega/(EI*L^3)))), ...  
ylabel('20log_{10}|G(\omega)/(EI^3)| [dB]'), grid %コンプライアンス (単位dB)  
subplot(212), semilogx(freq, angle(Gomega)*180/pi), ...  
xlabel('\omega [rad/s]'), ylabel('\phi [deg]'), grid %位相 (単位deg)
```

## 6章で使用された m-file

**m-file s62\_1.m**

```
%6.2節  
%種々の位相線図  
%システムの微分方程式 : dx/dt=Ax  
%鞍部点  
clear;  
format short e  
  
%時間刻みDelta_t  
Delta_t=0.01;  
%シミュレーション終端時刻tf  
tf=15;  
%シミュレーション区間  
t=0:Delta_t:tf;  
  
xi=[1 0.5 0.1 0 -0.1 -0.3 -0.5 -1 1 0.5 0.3 0.1 0 -0.1 -0.3 -0.5 -1;  
     1 1 1 1 1 1 1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1];%初期条件  
  
%鞍部点 (図6.3(a))  
A=[1 0;  
    0 -2];  
  
s62_phase
```

**m-file s62\_2.m**

```
%6.2節  
%種々の位相線図  
%システムの微分方程式 : dx/dt=Ax  
%安定結節点  
clear;  
format short e  
  
%時間刻みDelta_t  
Delta_t=0.01;  
%シミュレーション終端時刻tf  
tf=15;  
%シミュレーション区間  
t=0:Delta_t:tf;  
  
xi=[1 0.5 0.1 0 -0.1 -0.3 -0.5 -1 1 0.5 0.3 0.1 0 -0.1 -0.3 -0.5 -1;  
     1 1 1 1 1 1 1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1];%初期条件  
  
%安定結節点 (図6.3(b))  
A=[-1 0;  
    0 -2];  
  
s62_phase
```

**m-file s62\_3.m**

```
%6.2節  
%種々の位相線図  
%システムの微分方程式 : dx/dt=Ax
```

```
%安定焦点
clear;
format short e

%時間刻みDelta_t
Delta_t=0.01;
%シミュレーション終端時刻tf
tf=15;
%シミュレーション区間
t=0:Delta_t:tf;

xi=[1;
    1];%初期条件

%安定焦点 ( 図6.3(c) )
A=[0 1;
   -5 -1];

s62_phase
```

**m-file s62\_4.m**

```
%6.2節
%種々の位相線図
%システムの微分方程式 : dx/dt = Ax
%中心
clear;
format short e

%時間刻みDelta_t
Delta_t=0.01;
%シミュレーション終端時刻tf
tf=15;
%シミュレーション区間
t=0:Delta_t:tf;

xi=[1 0.5 0.1 0;
    0.1 0.1 0.1 0.1];%初期条件

%中心 ( 図6.3(d) )
A=[0 1;
   -1 0];

s62_phase
```

**m-file s62\_phase.m**

```
%位相線図描画用サブルーチン ( s62_*.mで使用 )
%ルンゲ・クッタ法でxを求める .
clf
for k=1:size(xi,2)
    x(:,1)=xi(:,k);
    for i=1:length(t)
        %xdotの近似
        q1=caldx62(x(:,i),A);
        q2=caldx62(x(:,i)+Delta_t/2*q1,A);
        q3=caldx62(x(:,i)+Delta_t/2*q2,A);
        x(:,i+1)=x(:,i)+(Delta_t/6)*(q1+2*q2+2*q3);
    end
end
```

```

q4=caldx62(x(:,i)+Delta_t*q3,A);
xdot=Delta_t*(q1+2*q2+2*q3+q4)/6;
x(:,i+1)=x(:,i)+xdot;
end
plot(x(1,:),x(2,:)),hold on
end
hold off,xlabel('x'),ylabel('dx/dt'),grid;

```

### m-file caldx62.m

```

function xpdot=caldx62(xp,A)
% s62_phase.mで使用するfunctionファイル
% dx/dt = v
% dv/dt = c x + d v
% 物理パラメータ値

% 状態ベクトルの微分値
xpdot=A*xp;

```

### m-file s63\_1.m

```

% 6.3節
% 単振子の自由振動応答
% 位相線図描画

% パラメータ
clear;
format short e
omega_n=1;
% 定数Aの値
A=[omega_n^2 0*omega_n^2 0.5*omega_n^2 1.5*omega_n^2 2*omega_n^2];
x=-1:0.01:1;

% 角度
theta=-3*pi:0.001:3*pi;

% それぞれのAの値に対する角速度v
for i=1:length(A)
    vp(i,:)=sqrt(2*(A(i)+omega_n^2*cos(theta))); % プラス側
    for j=1:length(vp(i,:))
        if imag(vp(i,j))~=0
            vp(i,j)=NaN; % 虚数になった場合の処理（プロットしないようにする）
        end
    end
    vm(i,:)=-vp(i,:); % マイナス側
end

% 位相線図描画（図6.5）
clf, plot(theta, vp(1,:),'b.-', theta, vm(1,:),'b.-',...
    theta, vp(2,:),'g.-', theta, vm(2,:),'g.-',...
    theta, vp(3,:),'r.-', theta, vm(3,:),'r.-',...
    theta, vp(4,:),'c.-', theta, vm(4,:),'c.-',...
    theta, vp(5,:),'m.-', theta, vm(5,:),'m.-',...
    [-2*pi 0 2*pi],[0 0 0],'x'),...
title('v^2/2 - omega_n^2 cos(theta) = A (\omega_n=1)')
xlabel('\theta [rad]'), ylabel('v=d \theta/dt [rad/s]'),...
line([-2*pi -2*pi],[-3 3]), line([-pi -pi],[-3 3]),...
line([0 0],[-3 3]), line([pi pi],[-3 3]), line([2*pi 2*pi],[-3 3]),...
line([-10 10],[0 0])

```

### m-file s63\_2.m

```
%6.3節
%単振り子の時間応答シミュレーション
%種々の初期値に対する応答時刻歴と位相線図の描画
clear;
format short e

%時間刻みDelta_t
Delta_t=0.01;
%シミュレーション終端時刻tf
tf=15;
%シミュレーション区間
t=0:Delta_t:tf;

%初期条件 ( x(1) : 角度 , x(2) : 角速度 )
%初期角度
init_list=[0.159 0.318 0.478 0.637 0.93]*pi;

for j=1:length(init_list)

x(:,1)=[init_list(j) 0]'; %初期条件

%出力方程式に用いる行列Cp
Cp=[1 0];

for i=1:length(t)
    %非線形系のxdotの近似 ( ルンゲ・クッタ法 : 7章 )
    q1=caldxs63(x(:,i),0);%自由システムなので外力u(t)=0
    q2=caldxs63(x(:,i)+Delta_t/2*q1,0);
    q3=caldxs63(x(:,i)+Delta_t/2*q2,0);
    q4=caldxs63(x(:,i)+Delta_t*q3,0);
    xdot=Delta_t*(q1+2*q2+2*q3+q4)/6;
    x(:,i+1)=x(:,i)+xdot;
    theta(j,i)=Cp*x(:,i);%Runge-Kutta法によって求められた数値解 ( 非線形系 )
end
xd(2*j-1:2*j,:)=x;
end

%それぞれの初期条件に対する時刻歴応答を描画し, 結果を比較する ( 図6.6 ) .
clf, subplot(511), plot(t,theta(1,:)), grid, title('l=1 [m], d\theta(0)/dt=0 [rad/s]')
subplot(512), plot(t,theta(2,:)), grid,
subplot(513), plot(t,theta(3,:)), grid, ylabel('\theta [rad]')
subplot(514), plot(t,theta(4,:)), grid,
subplot(515), plot(t,theta(5,:)), grid,
xlabel('t [s]');

%位相線図の描画 ( 図6.7 )
figure, plot(xd(1,:),xd(2,:),xd(3,:),xd(4,:),xd(5,:),xd(6,:),...
xd(7,:),xd(8,:),xd(9,:),xd(10,:)), xlabel('\theta [rad]'),...
ylabel('d\theta/dt [rad/s]'), title('l=1 [m], d\theta(0)/dt=0 [rad/s]'), grid;
```

### m-file caldxs63.m

```
function xpdot=caldxs63(xp,u)
%s63_2.mで使用するfunctionファイル
%物理パラメータ値
l=1;
```

```

g=9.8;

%状態ベクトルの微分値
xdot=[xp(2,:) -g/l*sin(xp(1))]';

```

### m-file s63\_3.m

```

%6.3節
%単振り子の時間応答シミュレーション
%線形減衰がある場合の位相線図描画

clear
format short e

%時間刻みDelta_t
Delta_t=0.01;
%シミュレーション終端時刻tf
tf=15;
%シミュレーション区間
t=0:Delta_t:tf;

%初期条件 (x(1) : 角度 , x(2) : 角速度 )
%初期角度
x(:,1)=[pi/4 0]'; %初期条件

%出力方程式に用いる行列Cp
Cp=[1 0];

for i=1:length(t)

    %非線形系のxdotの近似 (ルンゲ・クッタ法:7章)
    q1=caldxs632(x(:,i),0);%自由システムなので,外力u(t)=0
    q2=caldxs632(x(:,i)+Delta_t/2*q1,0);
    q3=caldxs632(x(:,i)+Delta_t/2*q2,0);
    q4=caldxs632(x(:,i)+Delta_t*q3,0);
    xdot=Delta_t*(q1+2*q2+2*q3+q4)/6;
    x(:,i+1)=x(:,i)+xdot;%Runge-Kutta法によって求められた数値解
end

%位相線図 (図6.8)
clf,plot(x(1,:),x(2,:)), xlabel('\theta'),...
ylabel('d\theta/dt'),title('\theta(0)=\pi/4, d\theta(0)/dt=0, l=1 [m], c=1 [Nm^2/s]'),grid;

```

### m-file caldxs632.m

```

function xdot=caldxs632(xp,u)
%s63_3.mで使用するfunctionファイル
%物理パラメータ値
l=1;
g=9.8;
%線形減衰係数
c=1;
%状態ベクトルの微分値
xdot=[xp(2) -g/l*sin(xp(1))-c*xp(2)]';

```

### m-file s641\_1.m

```
%6.4.1題
%ダフィング系の自由振動応答
%位相線図の描画

%パラメータ
% $m d^2/dt^2+k_1 x + k_2 x^3 = 0$ 
clear
format short e
m=1,k1=1,k2=-1
pa=[m k1 k2];
omega_n=sqrt(k1/m)
beta=k2/k1

%区分線
xd=-2:0.01:2;
rho=sqrt(-beta)
vd=omega_n/(sqrt(2*rho))*(1-rho^2*xd.^2);

xi=[.5 0] '%区分線で囲まれる領域内部の初期条件
xo1=[-2 2.2] '%区分線で囲まれる領域外部の初期条件 ( 区分線の上 )
xo2=[2 -2.2] '%区分線で囲まれる領域外部の初期条件 ( 区分線の下 )
xo3=[2 -2] '%区分線で囲まれる領域外部の初期条件 ( 区分線の右 )
xo4=[-2 2] '%区分線で囲まれる領域外部の初期条件 ( 区分線の右 )

%時間刻みDelta_t
Delta_t=0.05;
%シミュレーション終端時刻tf
tf=100;
%シミュレーション区間
t=0:Delta_t:tf;

for i=1:length(t)

    %xidotの近似 ( ルンゲ・クッタ法 : 7章 )
    %u(t)=0
    p1=caldx641_1(xi(:,i),0,pa);
    p2=caldx641_1(xi(:,i)+Delta_t/2*p1,0,pa);
    p3=caldx641_1(xi(:,i)+Delta_t/2*p2,0,pa);
    p4=caldx641_1(xi(:,i)+Delta_t*p3,0,pa);
    xidot=Delta_t*(p1+2*p2+2*p3+p4)/6;
    xi(:,i+1)=xi(:,i)+xidot;

    %xo1dotの近似
    %u(t)=0
    q1=caldx641_1(xo1(:,i),0,pa);
    q2=caldx641_1(xo1(:,i)+Delta_t/2*q1,0,pa);
    q3=caldx641_1(xo1(:,i)+Delta_t/2*q2,0,pa);
    q4=caldx641_1(xo1(:,i)+Delta_t*q3,0,pa);
    xo1dot=Delta_t*(q1+2*q2+2*q3+q4)/6;
    xo1(:,i+1)=xo1(:,i)+xo1dot;

    %xo2dotの近似
    %u(t)=0
    r1=caldx641_1(xo2(:,i),0,pa);
    r2=caldx641_1(xo2(:,i)+Delta_t/2*r1,0,pa);
    r3=caldx641_1(xo2(:,i)+Delta_t/2*r2,0,pa);
```

```

r4=caldx641_1(xo2(:,i)+Delta_t*r3,0,pa);
xo2dot=Delta_t*(r1+2*r2+2*r3+r4)/6;
xo2(:,i+1)=xo2(:,i)+xo2dot;

%xo3dotの近似
%u(t)=0
s1=caldx641_1(xo3(:,i),0,pa);
s2=caldx641_1(xo3(:,i)+Delta_t/2*s1,0,pa);
s3=caldx641_1(xo3(:,i)+Delta_t/2*s2,0,pa);
s4=caldx641_1(xo3(:,i)+Delta_t*s3,0,pa);
xo3dot=Delta_t*(s1+2*s2+2*s3+s4)/6;
xo3(:,i+1)=xo3(:,i)+xo3dot;

%xo4dotの近似
%u(t)=0
t1=caldx641_1(xo4(:,i),0,pa);
t2=caldx641_1(xo4(:,i)+Delta_t/2*t1,0,pa);
t3=caldx641_1(xo4(:,i)+Delta_t/2*t2,0,pa);
t4=caldx641_1(xo4(:,i)+Delta_t*t3,0,pa);
xo4dot=Delta_t*(t1+2*t2+2*t3+t4)/6;
xo4(:,i+1)=xo4(:,i)+xo4dot;

end

%位相線図の描画(図6.10)
clf,plot(xd,vd,xd,-vd,xi(1,:),xi(2,:),xo1(1,:),xo1(2,:),
xo2(1,:),xo2(2,:),xo3(1,:),xo3(2,:),
xo4(1,:),xo4(2,:)),axis([-2 2 -2 2]),
title('m=1, k_1=1, k_2=-1'),
xlabel('x'),ylabel('v=dx/dt'),grid

```

### m-file caldx641\_1.m

```

function xdot=caldx641_1(x,u,p)
%s641_1.m, s641_2.mで用いられるfunctionファイル
%(ダフィング系の状態方程式表現)
%パラメータ値
m=p(1);k1=p(2);k2=p(3);
xdot=[x(2) -k1/m*x(1)-k2/m*x(1)^3]+[0 1/m]*u;

```

### m-file ex641\_2.m

```

%6.4.1項
%ダフィング系の自由振動応答
%変位時刻歴応答と位相線図(区分線の内側)
%
clear;
format short e
m=1,k1=1,k2=-1
pa=[m k1 k2];
%時間刻みDelta_t
Delta_t=0.01;
%シミュレーション終端時刻tf
tf=100;
%シミュレーション区間
t=0:Delta_t:tf;

```

```

%初期条件 ( x(1) : 变位 , x(2) : 速度 )
%初期角度
init_list=[0.2 0.4 0.6 0.8];

for j=1:length(init_list)

x(:,1)=[init_list(j) 0]'; %初期条件

%出力方程式に用いる行列Cp
Cp=[1 0];

for i=1:length(t)

%非線形系のxdotの近似 ( ルンゲ・クッタ法 : 7章 )
q1=caldx641_1(x(:,i),0,pa);%自由システムなので外力u(t)=0
q2=caldx641_1(x(:,i)+Delta_t/2*q1,0,pa);
q3=caldx641_1(x(:,i)+Delta_t/2*q2,0,pa);
q4=caldx641_1(x(:,i)+Delta_t*q3,0,pa);
xdot=Delta_t*(q1+2*q2+2*q3+q4)/6;
x(:,i+1)=x(:,i)+xdot;
theta(j,i)=Cp*x(:,i);%Runge-Kutta法によって求められた数値解 ( 非線形系 )
end
xd(2*j-1:2*j,:)=x;
end

%異なる初期条件からの変位x(t)の時刻歴応答 ( 図6.11 )
clf, subplot(411), plot(t,theta(1,:)), grid, title('m=1, k_1=1, k_2=-1'), ...
legend('x(0)=0.2, dx(0)/dt=0')
subplot(412), plot(t,theta(2,:)), grid, ylabel('x'), ...
legend('x(0)=0.4, dx(0)/dt=0')
subplot(413), plot(t,theta(3,:)), grid, ...
legend('x(0)=0.6, dx(0)/dt=0')
subplot(414), plot(t,theta(4,:)), grid, ...
legend('x(0)=0.8, dx(0)/dt=0'), xlabel('t [s]');

%位相線図 ( 図6.12 )
figure, plot(xd(1,:),xd(2,:),xd(3,:),xd(4,:),xd(5,:),xd(6,:),...
xd(7,:),xd(8,:)), title('m=1, k_1=1, k_2=-1'), ...
xlabel('x'), ylabel('dx/dt'), grid;

```

### m-file s642\_1.m

```

%6.4.2項
%ダフィング系の強制振動応答
%応答倍率の計算
%背骨曲線の描画

clear;
format short e

%パラメータ ( beta>0 ) の場合
beta=0.3
zeta=0.03
delta=0.15

%周波数比
Z=[0.6:1e-4:1.4];

```

```

%応答倍率
%sol=zeros(3,length(Z));

for i=1:length(Z)
    c=[9/16*beta^2 3/2*beta*(1-Z(i).^2) (1-Z(i).^2)^2+4*zeta^2*Z(i).^2, ...
    -delta^2];
    sol(:,i)=sqrt(roots(c));
    At(:,i)=sort(abs(sol(:,i)));%小さい順に解の絶対値を並べる .
end

for i=1:length(Z)
    %応答倍率データの整理
    if At(2,i)==At(3,i)%最大値が2つある場合は最小値を取る
        A(:,i)=At(1,i)*ones(3,1);
    elseif At(1,i)==At(2,i)%最小値が2つの場合は最大値を取る
        A(:,i)=At(3,i)*ones(3,1);
    else
        A(:,i)=At(:,i);
    end
end

%パラメータ ( beta<0 ) の場合
beta=-0.12
zeta=0.035
delta=0.1
for i=1:length(Z)
    c=[9/16*beta^2 3/2*beta*(1-Z(i).^2) (1-Z(i).^2)^2+4*zeta^2*Z(i).^2, ...
    -delta^2];
    sol2(:,i)=sqrt(roots(c));
    At2(:,i)=sort(abs(sol2(:,i)));%小さい順に解の絶対値を並べる .
end

for i=1:length(Z)
    %応答倍率データの整理
    if At2(2,i)==At2(3,i)%最大値が2つある場合は最小値を取る
        A2(:,i)=At2(1,i)*ones(3,1);
    elseif At2(1,i)==At2(2,i)%最小値が2つの場合は最大値を取る
        A2(:,i)=At2(3,i)*ones(3,1);
    else
        A2(:,i)=At2(:,i);
    end
end

%背骨曲線の描画 ( 図6.13 )
clf,subplot(121),plot(Z,A,'b.'),grid,...
xlabel('Z=\omega/\omega_n'),ylabel('|A(Z)|'),title('(a) \beta>0')

subplot(122),plot(Z,A2,'b.'),grid, ...
xlabel('Z=\omega/\omega_n'),ylabel('|A(Z)|'),title('(b) \beta<0')

%【参考】以下をコメントアウトすると，解の絶対値のすべてがプロットされる．
%figure,subplot(121),plot(Z,At),grid, ...
% xlabel('Z=\omega/\omega_n'),ylabel('|A(Z)|'),title('\beta>0')

%subplot(122),plot(Z,At2),grid, ...
% xlabel('Z=\omega/\omega_n'),ylabel('|A(Z)|'),title('\beta<0')

```

### m-file s642\_2.m

```
%6.4.2項
%ダフィング系の強制振動応答
%初期条件の違いによる異なるアトラクタへの引き込み
clear;
format short e

%時間刻みDelta_t
Delta_t=0.1;
%シミュレーション終端時刻tf
tf=200;
%シミュレーション区間
t=0:Delta_t:tf;

%初期条件 ( xs(1) : 变位 , xs(2) : 速度 )
xs(:,1)=[5 0]';
xs2(:,1)=[4 0]';

%出力方程式に用いる行列Cp
Cp=[1 0];

for i=1:length(t)

    %xdsdotの近似 ( ルンゲ・クッタ法 : 7章 )
    %u(t)=A cos (omega t+phi), A=2.5, omega=1, phi=0;
    p1=caldx642(xs(:,i),2.5*cos(1*(t(i))));
    p2=caldx642(xs(:,i)+Delta_t/2*p1,2.5*cos(1*(t(i)+Delta_t/2)));
    p3=caldx642(xs(:,i)+Delta_t/2*p2,2.5*cos(1*(t(i)+Delta_t/2)));
    p4=caldx642(xs(:,i)+Delta_t*p3,2.5*cos(1*(t(i)+Delta_t)));
    xdsdot=Delta_t*(p1+2*p2+2*p3+p4)/6;
    xs(:,i+1)=xs(:,i)+xdsdot;
    xd(:,i)=Cp*xs(:,i);%变位

    %xs2dotの近似
    q1=caldx642(xs2(:,i),2.5*cos(1*(t(i))));
    q2=caldx642(xs2(:,i)+Delta_t/2*q1,2.5*cos(1*(t(i)+Delta_t/2)));
    q3=caldx642(xs2(:,i)+Delta_t/2*q2,2.5*cos(1*(t(i)+Delta_t/2)));
    q4=caldx642(xs2(:,i)+Delta_t*q3,2.5*cos(1*(t(i)+Delta_t)));
    xs2dot=Delta_t*(q1+2*q2+2*q3+q4)/6;
    xs2(:,i+1)=xs2(:,i)+xs2dot;
    xd2(:,i)=Cp*xs2(:,i);%变位

end

%グラフ描画 ( 図6.14 : 時刻歴応答と位相線図 )
ts=0;
clf, subplot(121), plot(t(find(t==ts):length(t)),xd(find(t==ts):length(t)),...
t(find(t==ts):length(t)),xd2(find(t==ts):length(t)),...
t(find(t==ts):length(t)),2.5*cos(1*(t(find(t==ts):length(t))))),...
xlabel('t'), ylabel('x'), grid, ...
legend('x(0)=5, dx(0)/dt=0', 'x(0)=4, dx(0)/dt=0', 'Input u(t)=2.5cos(t)')

subplot(122), plot(xs(1,find(t==ts):length(t)),xs(2,find(t==ts):length(t)),...
xs2(1,find(t==ts):length(t)),xs2(2,find(t==ts):length(t))),...
xlabel('x'), ylabel('dx/dt'), grid, ...
title('100<=t<=200')
```

```
%グラフ描画(図6.15:異なる初期条件からの時刻歴)
figure
subplot(211), plot(t,xd), xlabel('t'), ylabel('x'), grid, ...
title('(a) x(0)=5, dx(0)/dt=0')
subplot(212), plot(t,xd2), xlabel('t'), ylabel('x'), grid, ...
title('(b) x(0)=4, dx(0)/dt=0')
```

### m-file caldx642.m

```
function xdot=caldx642(x,u)
% s642_2.mで用いられるfunctionファイル
% ダフィング系の状態方程式表現
% パラメータ値
m=2.56;
c=0.32;
k1=1;
k2=0.05;

xdot=[x(2) -c/m*x(2)-k1/m*x(1)-k2/m*x(1)^3]+[0 1/m]*u;
```

### m-file s642\_freq.m

```
%6.4.2項
%ダフィング系の強制振動応答
%応答倍率の計算
clear;
format short e

%パラメータ(beta>0)の場合
beta=0.3
zeta=0.03
delta=0.15

%周波数比
Z=[0.6:1e-4:1.4];

%応答倍率
%sol=zeros(3,length(Z));

for i=1:length(Z)
    c=[9/16*beta^2 3/2*beta*(1-Z(i).^2) (1-Z(i).^2)^2+4*zeta^2*Z(i).^2, ...
    -delta^2];
    sol(:,i)=sqrt(roots(c));
    At(:,i)=sort(abs(sol(:,i)));%小さい順に解の絶対値を並べる .
end

for i=1:length(Z)
    %応答倍率データの整理
    if At(2,i)==At(3,i)%最大値が2つある場合は最小値を取る
        A(:,i)=At(1,i)*ones(3,1);
    elseif At(1,i)==At(2,i)%最小値が2つの場合は最大値を取る
        A(:,i)=At(3,i)*ones(3,1);
    else
        A(:,i)=At(:,i);
    end
end
```

```

%パラメータ ( beta<0 ) の場合
beta=-0.12
zeta=0.035
delta=0.1
for i=1:length(Z)
    c=[9/16*beta^2 3/2*beta*(1-Z(i).^2) (1-Z(i).^2)^2+4*zeta^2*Z(i).^2, ...
    -delta^2];
    sol2(:,i)=sqrt(roots(c));
    At2(:,i)=sort(abs(sol2(:,i)));%小さい順に解の絶対値を並べる .
end

for i=1:length(Z)
    %応答倍率データの整理
    if At2(2,i)==At2(3,i)%最大値が2つある場合は最小値を取る
        A2(:,i)=At2(1,i)*ones(3,1);
    elseif At2(1,i)==At2(2,i)%最小値が2つの場合は最大値を取る
        A2(:,i)=At2(3,i)*ones(3,1);
    else
        A2(:,i)=At2(:,i);
    end
end

clf, subplot(121), plot(Z,A,'b.'), grid, ...
xlabel('Z=\omega/\omega_n'), ylabel('|A(Z)|'), title('\beta>0')

subplot(122), plot(Z,A2,'b.'), grid, ...
xlabel('Z=\omega/\omega_n'), ylabel('|A(Z)|'), title('\beta<0')

%【参考】以下をコメントアウトすると、解の絶対値のすべてがプロットされる。
%figure, subplot(121), plot(Z,At), grid, ...
% xlabel('Z=\omega/\omega_n'), ylabel('|A(Z)|'), title('\beta>0')

%subplot(122), plot(Z,At2), grid, ...
% xlabel('Z=\omega/\omega_n'), ylabel('|A(Z)|'), title('\beta<0')

```

### m-file s643\_1.m

```

%6.4.3項
%ダフィング振動系のカオス振動
clear;
format short e

%時間刻みDelta_t
Delta_t=0.01;
%シミュレーション終端時刻tf
tf=600;
%シミュレーション区間
t=0:Delta_t:tf;

%初期条件 ( xs(1) : 変位 , xs(2) : 速度 )
xs(:,1)=[0 0]';

%出力方程式に用いる行列Cp
Cp=[1 0];

for i=1:length(t)

```

```

%xsdotの近似(ルンゲ・クッタ法:7章)
%u(t)=A cos omega t, A=7.5, omega=1;
p1=caldx643(xs(:,i),7.5*cos(1*(t(i)))); 
p2=caldx643(xs(:,i)+Delta_t/2*p1,7.5*cos(1*(t(i)+Delta_t/2)));
p3=caldx643(xs(:,i)+Delta_t/2*p2,7.5*cos(1*(t(i)+Delta_t/2)));
p4=caldx643(xs(:,i)+Delta_t*p3,7.5*cos(1*(t(i)+Delta_t)));
xsdot=Delta_t*(p1+2*p2+2*p3+p4)/6;
xs(:,i+1)=xs(:,i)+xsdot;
xd(:,i)=Cp*xs(:,i);%変位
end

%100 [s]ごとに分けてグラフ描画(図6.16)
clf, subplot(611), plot(t(1:100/Delta_t), xd(1:100/Delta_t)), grid, ...
title('k=0.02, A=7.5, x(0)=dx(0)/dt=0');
subplot(612), plot(t(100/Delta_t+1:200/Delta_t), xd(100/Delta_t+1:200/Delta_t)), grid, ;
subplot(613), plot(t(200/Delta_t+1:300/Delta_t), xd(200/Delta_t+1:300/Delta_t)), grid, ...
ylabel('x');
subplot(614), plot(t(300/Delta_t+1:400/Delta_t), xd(300/Delta_t+1:400/Delta_t)), grid;
subplot(615), plot(t(400/Delta_t+1:500/Delta_t), xd(400/Delta_t+1:500/Delta_t)), grid;
subplot(616), plot(t(500/Delta_t+1:600/Delta_t), xd(500/Delta_t+1:600/Delta_t)), grid, ...
xlabel('t');

%400-500 [s]間の位相線図(図6.17)
figure, plot(xs(1,400/Delta_t+1:500/Delta_t), xs(2,400/Delta_t+1:500/Delta_t)), grid, ...
xlabel('x'), ylabel('dx/dt'), ...
title('k=0.02, A=7.5, x(0)=dx(0)/dt=0, 400 <= t <= 500')

```

### m-file caldx643.m

```

function xdot=caldx643(x,u)
%s643_1.m, s643_2.m, s643_3.mで用いられるfunctionファイル
%ダフィング系の状態方程式表現
k=0.02;
xdot=[x(2) -x(1)^3-k*x(2)]'+[0 1]*u;

```

### m-file s643\_2.m

```

%6.4.3項
%ダフィング系の時刻歴応答
%初期値を変えた時の応答
clear;
format short e
%時間刻みDelta_t
Delta_t=0.1;
%シミュレーション終端時刻tf
tf=100;
%シミュレーション区間
t=0:Delta_t:tf;

%初期条件(xs(1):変位, xs(2):速度)
xs(:,1)=[0 0]';
xr(:,1)=[0 0.1]';

%出力方程式に用いる行列Cp
Cp=[1 0];

%u(t)=A*cos(omega*(t+phi)), A=7.5, omega=1, phi=0
A=7.5;omega=1;phi=0;

```

```

for i=1:length(t)
    %xdsdotの計算(ルンゲ・クッタ法:7章)
    p1=caldx643(xs(:,i),A*cos(omega*(t(i)+phi)));
    p2=caldx643(xs(:,i)+Delta_t/2*p1,A*cos(omega*(t(i)+Delta_t/2+phi)));
    p3=caldx643(xs(:,i)+Delta_t/2*p2,A*cos(omega*(t(i)+Delta_t/2+phi)));
    p4=caldx643(xs(:,i)+Delta_t*p3,A*cos(1*(t(i)+Delta_t+phi)));
    xsdot=Delta_t*(p1+2*p2+2*p3+p4)/6;
    xs(:,i+1)=xs(:,i)+xdsdot;
    xds(:,i)=Cp*xs(:,i);%変位

    %xrdotの計算
    q1=caldx643(xr(:,i),3*cos(1*(t(i)+0)));
    q2=caldx643(xr(:,i)+Delta_t/2*q1,A*cos(omega*(t(i)+Delta_t/2+phi)));
    q3=caldx643(xr(:,i)+Delta_t/2*q2,A*cos(omega*(t(i)+Delta_t/2+phi)));
    q4=caldx643(xr(:,i)+Delta_t*q3,A*cos(omega*(t(i)+Delta_t+phi)));
    xrdot=Delta_t*(q1+2*q2+2*q3+q4)/6;
    xr(:,i+1)=xr(:,i)+xrdot;
    xdr(:,i)=Cp*xr(:,i);%変位
end

%グラフ描画(図6.18)
clf, plot(t,xds,t,xdr,'--'), grid, xlabel('t'), ylabel('x'), ...
title('k=0.02, A=7.5, dx(0)/dt=0'), legend('x(0)=0','x(0)=0.1')

```

### m-file s643\_3.m

```

%6.4.3項
%Dアフィング系の時刻歴応答
%2周期運動
clear;
format short e

%Delta_t
Delta_t=0.01;
%シミュレーション終端時刻tf
tf=300;
%シミュレーション区間
t=0:Delta_t:tf;

%初期条件(xs(1):変位, xs(2):速度)
xs(:,1)=[0 0]';

%出力方程式に用いる行列Cp
Cp=[1 0];

for i=1:length(t)
    %xdsdotの計算(ルンゲ・クッタ法:7章)
    %u(t)=A*cos(omega*(t+phi)), A=3.0, omega=1, phi=0
    p1=caldx643(xs(:,i),3*cos(1*(t(i)+0)));
    p2=caldx643(xs(:,i)+Delta_t/2*p1,3*cos(1*(t(i)+Delta_t/2+0)));
    p3=caldx643(xs(:,i)+Delta_t/2*p2,3*cos(1*(t(i)+Delta_t/2+0)));
    p4=caldx643(xs(:,i)+Delta_t*p3,3*cos(1*(t(i)+Delta_t+0)));
    xdsdot=Delta_t*(p1+2*p2+2*p3+p4)/6;
    xs(:,i+1)=xs(:,i)+xdsdot;
    xds(:,i)=Cp*xs(:,i);%変位
end

%時刻歴応答

```

```
%プロット開始時刻tpi, 終了時刻tpf
tpi=100;tpf=300;
Ni=floor(tpi/Delta_t)+1;
Nf=floor(tpf/Delta_t)+1;

%時刻歴応答と位相線図(図6.19)
clf,subplot(121),plot(t(Ni:Nf),xds(:,Ni:Nf)),grid,xlabel('t'),ylabel('x'),...
subplot(122),plot(xs(1,Ni:Nf),xs(2,Ni:Nf)),grid,xlabel('x'),ylabel('dx/dt')
```

## 7章で使用された m-file

### m-file s72.m

```
%7.2節 1自由度系の減衰比zetaや，非減衰固有角周波数omega_nを
%変化させたときの伝達率の変化
clear
format short e

%zetaを固定してomega_nを変化させたときの伝達率の変化

%周波数の範囲 ( 10^-2}から10^2 [rad/s]の間を対数的に等間隔に200点作成 )
omega=logspace(-2,2,200);
omega_n=[0.25 0.5 1 2];%非減衰固有振動数
zeta=0.1; %ここではzetaを0.1に固定

%伝達率の計算
for i=1:size(omega_n,2)
    T(i,:)=sqrt(((1+(2*zeta*omega/omega_n(i)).^2)...
    ./((1-(omega/omega_n(i)).^2).^2+(2*zeta*omega/omega_n(i)).^2)));
end

%片対数グラフに描画 ( 図7.3 )
clf,semilogx(omega,T(1,:),'-',omega,T(2,:),'-',...
omega,T(3,:),'-.',omega,T(4,:),'--'),grid,...
xlabel('Frequency \omega [rad/s]',ylabel('Transmissibility')
legend('\omega_n=0.25 [rad/s]', '\omega_n=0.5 [rad/s]',...
'\omega_n=1 [rad/s]', '\omega_n=2 [rad/s]')

%omega_nを固定しzetaを変化させたときの伝達率の変化
clear%いったん変数をクリア

%周波数の範囲 ( 10^-1}から10^1 [rad/s]の間を対数的に等間隔に200点作成 )
omega=logspace(-1,1,200);
omega_n=1;%ここではomega_n=1 [rad/s]に固定
zeta=[0.1 0.25 0.5 1];%減衰比

%伝達率の計算
for i=1:size(zeta,2)
    T(i,:)=sqrt(((1+(2*zeta(i)*omega/omega_n).^2)).^(1/2)...
    ./((1-(omega/omega_n).^2).^2+(2*zeta(i)*omega/omega_n).^2));
end

%片対数グラフに描画 ( 図7.4 )
figure;
semilogx(omega/omega_n,T(1,:),'-',omega/omega_n,T(2,:),'-',...
omega/omega_n,T(3,:),'-.',omega/omega_n,T(4,:),'--'),grid,...
xlabel('omega/\omega_n'),ylabel('Transmissibility')
legend('\zeta=0.1', '\zeta=0.25', '\zeta=0.5', '\zeta=1')
```

### m-file ex71.m

```
%例題7.1
%伝達率の計算・描画
clear
format short e
%周波数の範囲 ( 10^-2}から10^2 [rad/s]の間を対数的に等間隔に200点作成 )
```

```

omega=logspace(-2,2,200);

%物理パラメータ値
m=1;
d=0.5;
k=10;

%例題7.1(1)
omega_n=sqrt(10)%非減衰固有振動数
zeta=d/(2*sqrt(m*k)) %減衰比

%伝達率Tfの計算
Tf=sqrt(((1+(2*zeta*omega/omega_n).^2)...
./((1-(omega/omega_n).^2).^2+(2*zeta*omega/omega_n).^2)));

%omega_n'=2 [rad/s], zeta=0.7を満たすk', d'
omega_np=2;
zetap=0.7;

kp=omega_np^2*m
dp=2*sqrt(m*kp)*zetap

%omega_n=omega_np, zeta=zetapとおき直して伝達率Tfを再計算
Tf_m=sqrt(((1+(2*zetap*omega/omega_np).^2)...
./((1-(omega/omega_np).^2).^2+(2*zetap*omega/omega_np).^2)));

%片対数グラフに描画(交換前と比較)(図7.5)
clf,semilogx(omega,Tf,'-',omega,Tf_m,'--'),grid, ...
 xlabel('Frequency \omega [rad/s]'),ylabel('Transmissibility')
 legend('Tf (\omega_n=10^{1/2},\zeta=1/(4*10^{1/2}))',...
 , 'Tf\prime (\omega_n\prime=2, \zeta\prime=0.7 )')

```

### m-file s733.m

```

%7.3.3項 スカイフック制御則
%スカイフックダンパーにおいて、フィードバックゲインGsを変化させた時の
%伝達率を図示
clear
format short e

%周波数の範囲(10^{-1}から10^1 [rad/s]の間を対数的に等間隔に200点作成)
omega=logspace(-1,1,200);
omega_n=1;%ここではomega_n=1 [rad/s]に固定
zeta=0.1 %パッシブ系の減衰比

%スカイフックダンパーのゲイン変更に伴う減衰比の変化(zetas=G_s/(2(mk)^0.5))
zetas=[0.1 0.25 0.5 1];

%伝達率の計算
for i=1:size(zetas,2)
    T(i,:)=sqrt(((1+(2*zeta*omega/omega_n).^2)...
    ./((1-(omega/omega_n).^2).^2+(2*(zeta+zetas(i))*omega/omega_n).^2)));
end

%片対数グラフに描画(図7.9)
clf,semilogx(omega/omega_n,T(1,:),'-',omega/omega_n,T(2,:),' :',...

```

```

omega/omega_n,T(3,:),'-.',omega/omega_n,T(4,:),'--'),grid,...
 xlabel('\omega/\omega_n'),ylabel('Transmissibility')
 legend('\zeta_s=0.1','\zeta_s=0.25','\zeta_s=0.5','\zeta_s=1')

```

### m-file ex72.m

```

%例題7.2
%スカイフック制御系
%要求される伝達率を達成するフィードバックゲインの計算

clear
format short e
%物理パラメータ
m=1;d=4;k=100
omega_n=sqrt(k/m);%非減衰固有角周波数
zeta=d/(2*sqrt(m*k)) %パッシブ系の減衰比
%周波数の範囲 ( 10^{-1}から10^1 [rad/s] の間を対数的に等間隔に200点作成 )
omega=logspace(-1,1,200)*omega_n;

%外乱wd(t)=Q0 sin(omega_d t) [m]
Q0=0.1
omega_d=12;
%omega=omega_dでの許容伝達率Tdmax
Tdmax=0.5

%条件を満たすzeta_sの計算
zeta_s=1/2*(omega_n/omega_d)*...
sqrt( (1+(2*zeta*omega_d/omega_n)^2)/(Tdmax^2) - (1- (omega_d/omega_n)^2)^2 )...
-zeta

%絶対速度フィードバックゲインGs
Gs=zeta_s*2*sqrt( m*k )

%伝達率の計算 ( 制御なし )
To=sqrt(((1+(2*zeta*omega/omega_n).^2))...
./((1-(omega/omega_n).^2).^2+(2*zeta*omega/omega_n).^2));

%伝達率の計算 ( 閉ループ系 )
Tc=sqrt(((1+(2*zeta*omega/omega_n).^2))...
./((1-(omega/omega_n).^2).^2+2*(zeta+zeta_s)*omega/omega_n.^2));

%片対数グラフに描画 ( 図7.10 )
clf,semilogx(omega/omega_n,Tc,'-',omega/omega_n,To,'--'),grid,...
 xlabel('\omega/\omega_n'),ylabel('Transmissibility')
 legend('With sky-hook control','Without control')
 line([min(omega/omega_n) omega_d/omega_n],[0.5 0.5])
 line([omega_d/omega_n omega_d/omega_n],[0 0.5])

%omega = omega_dでの閉ループ系伝達率
Td=sqrt(((1+(2*zeta*omega_d/omega_n).^2))...
./((1-(omega_d/omega_n).^2).^2+2*(zeta+zeta_s)*omega_d/omega_n.^2))

%omega=omega_dでの力振幅
Af=Gs*Td*Q0*omega_d

```

### m-file ex74.m

```
%例題7.4
%ルンゲ・クッタ法による時間応答シミュレーション
clear;
format short e

%時間刻みDelta_t
Delta_t=0.01;
%シミュレーション終端時刻tf
tf=20;
%シミュレーション区間
t=0:Delta_t:tf;

%初期条件 ( xp(1) : 变位 , xp(2) : 速度 )
xp(:,1)=[0 0]';
%出力方程式に用いる行列Cp
Cp=[1 0];

for i=1:length(t)

    %微分値xpdotの近似
    p1=caldxex74(xp(:,i),1);%ステップ入力u(t)=1
    p2=caldxex74(xp(:,i)+Delta_t/2*p1,1);
    p3=caldxex74(xp(:,i)+Delta_t/2*p2,1);
    p4=caldxex74(xp(:,i)+Delta_t*p3,1);
    xpdot=Delta_t*(p1+2*p2+2*p3+p4)/6;
    xp(:,i+1)=xp(:,i)+xpdot;
    x(:,i)=Cp*xp(:,i);%Runge-Kutta法によって求められた数値解
end

%物理パラメータ値
m=1;zeta=0.3;omega_n=1;
%解析解
omega_d=sqrt(1-zeta^2)*omega_n;
xa=1/omega_n^2*( 1-exp(-zeta*omega_n*t).* (cos(omega_d*t)...
+zeta/sqrt(1-zeta^2)*sin(omega_d*t)) );

%グラフを描画し, 結果を比較 (図7.14)
clf,plot(t,x,t,xa,'--'), xlabel('t [s]'), ylabel('x');
legend('Numerical solution','Analytical solution');
grid;
```

### m-file caldxex74.m

```
function xpdot=caldxex74(xp,u)
%ex74.mで用いるfunctionファイル

%物理パラメータ値
m=1;zeta=0.3;omega_n=1;

%状態方程式xpdot=Ap xp+Bp uの係数行列
Ap=[0 1;
    -omega_n^2 -2*zeta*omega_n];
Bp=[0 1/m]';

%xpdot
xpdot=Ap*xp+Bp*u;
```

### m-file p74.m

```
clear;
format short e
%章末問題7.4
%Runge-Kutta法による時間応答シミュレーション

%時間刻みDelta_t
Delta_t=0.01;
%シミュレーション終端時刻tf
tf=10;
%シミュレーション区間
t=0:Delta_t:tf;

%初期条件 (x(1) : 角度 , x(2) : 角速度 )
xl(:,1)=[pi/4 0]'; %線形化された系
xnl(:,1)=xl(:,1); %非線形系

%出力方程式に用いる行列Cp
Cp=[1 0];

for i=1:length(t)

    %線形化された系のxdotの近似
    p1=caldxlp74(xl(:,i),0);%自由システムなので , u(t)=0
    p2=caldxlp74(xl(:,i)+Delta_t/2*p1,0);
    p3=caldxlp74(xl(:,i)+Delta_t/2*p2,0);
    p4=caldxlp74(xl(:,i)+Delta_t*p3,0);
    xdotl=Delta_t*(p1+2*p2+2*p3+p4)/6;
    xl(:,i+1)=xl(:,i)+xdotl;
    thetal(:,i)=Cp*xl(:,i);%Runge-Kutta法によって求められた数値解 ( 線形化された系 )

    %非線形系のxdotの近似
    q1=caldxnlp74(xnl(:,i),0);%自由システムなので , u(t)=0
    q2=caldxnlp74(xnl(:,i)+Delta_t/2*q1,0);
    q3=caldxnlp74(xnl(:,i)+Delta_t/2*q2,0);
    q4=caldxnlp74(xnl(:,i)+Delta_t*q3,0);
    xdotnl=Delta_t*(q1+2*q2+2*q3+q4)/6;
    xnl(:,i+1)=xnl(:,i)+xdotnl;
    thetanl(:,i)=Cp*xnl(:,i);%Runge-Kutta法によって求められた数値解 ( 非線形系 )
end

%グラフを描画し , 結果を比較す ( 図7a, 8a )
clf,plot(t,thetal,t,thetanl,'--'), xlabel('t [s]'),...
ylabel('\theta [rad]');
legend('Linearized system','Nonlinear system');
grid;
grid;
```

### m-file caldxlp74.m

```
function xpdot=caldxlp74(xp,u)
%p74.mで用いられるfunctionファイル
%物理パラメータ値
l=1;
g=9.8;
```

```
%状態方程式xdot=Ax+Buの係数行列  
Ap=[0 1;  
     -g/l 0];  
Bp=[0 0]';  
  
%xpdot  
xpdot=Ap*xp+Bp*u;
```

**m-file caldxnlp74.m**

```
function xpdot=caldxnlp74(xp,u)  
%p74.mで用いられるfunctionファイル  
%物理パラメータ値  
l=1;  
g=9.8;  
  
%状態ベクトルの微分値  
xpdot=[xp(2,:)-g/l*sin(xp(1))]';
```