著者前書き

本の前書きには，読者対象，背景水準，扱う内容を述べる必要がある．
— P. R. Halmos [173]

本書は，1970年から毎年スタンフォード大学で開講してきたConcrete Mathematicsという科目をもとにしたものである．毎回，約50名ずつの学生がこの授業を受講した．中には3年生や4年生も混じっているが，大半は大学院生である．またこの授業の受講生たちが，後に他大学で同様の科目を開講している例も少なくない．したがって，2年生を含めた，より多くの人たちを対象にして，この科目の題材を提供すべき期は熟したと思う．

最初にConcrete Mathematicsを開講してからの10年間は，暗くまた嵐のような時代であった．この動乱の時期には，それまで長く認められてきた価値を疑うことがしばしば生じた．大学のキャンパスは議論が渦巻いていた．大学のカリキュラム自体にも疑問が出て，数学でさえも逃れることはできなかった．ちょうどハマスリー(John Hammersley)が,「近代数学と，大学や高校で教えているソフトな知的がらくたは，数学技量を弱体化させる」[176]という刺激的な記事を書いたところであった．悩みをもった数学者の中には [332],「数学に救いはあるだろうか」と自問した人さえあった．本書の著者のひとりであるクヌースは，The Art of Computer Programming (コンピュータプログラミングの技法) という本のシリーズに着手した．その第1巻目を書いてみて，彼の知識にはいくつかの道具だてが欠けていることに思い当たった．コンピュータプログラムを完全に地に足をつけて理解するために必要な数学は，彼が大学で数学を専攻して学んだものとはまったく異なっていた．そこで新しい科目を創設して，自分が教えてほしかった内容を扱うことにしたのである．

専門用語を使うと，何か自分が偉くなったような錯覚に陥るものである．もったいぶった話をし，皮相的な専門知識をひけらかすことはできる．しかし，教養のある数学者に望みたいことは，その人が何を話せるかではなく，またどんな数学知識の既存体系について知っているかでもない．その学習した知識を用いて今何ができるか，また現実に生じた数学的な問題を実際に解決することができるかである．ひとことで言えば，言葉でなく行動である．
— J. Hammersley [176]

最初は，Concrete Mathematics (具象数学)という科目の名称は,「抽象数学」の反対語のつもりであった．なぜなら，古典的な具体的結果の多くが，New Mathという名前で流行した抽象数学の波に追いやられて，当時の数学のカリキュラムから急速に消えてしまったからである．抽象数学そのものは，すばらしい題材である．それ自体は，何もわるいことはない．抽象数学は，真であり，善であり，美である．しかしその信奉者たちは，それ以外の数学は劣ったものであり，顧みる価値がないという誤った幻想をもってしまった．一般化という目標があまりに流行しすぎたために，この時代の数学者たちは，特定の場合の美を味わい，定量的な問題の解決に挑戦することを楽しみ，手法のもつ価値を評価するといったことをしなくなってしまった．抽象数学は近親結婚を繰り返し，実世界との交渉を絶ってしまった．健康的なバランスを保つためには，別に具象的な内容をもったものが必要になった．

クヌースが最初にスタンフォード大学でConcrete Mathematicsの授業を教えたとき，このちょっと珍しい科目名は，ソフトでなくハードな数学の授業

であることを表わしているのだと説明した．何人かの教授たちが想像しているような，集合体理論(theory of aggregates)や，ストーンの埋め込み理論や，ストーン-セク(Stone-Čech)の圧縮化などの話はしないと述べた．これを聞いて，土木工学科の学生たちが立ち上がって，そっと部屋を出ていった．

数学の本質は具体的な例と例題とで成り立っている．
—P. R. Halmos [172]

Concrete Mathematicsの授業は，他の流れに逆らう反動として始まったものではあったが，その存在の主たる理由は後向きなものではなく，前向きなものであった．この授業は，繰り返すにつれて，カリキュラムの中でも人気を維持した．その題材は堅固なものになり，新しい応用領域で価値あるものになった．しばらくして，この名称が適切であることが他の方面から独立に分かった．メルザク(Z. A. Melzak)が，Companion to Concrete Mathematics [267]という題名の2巻本を出版したのである．

抽象を具象より先に教えることはまったく罪深いことである．
—Z. A. Melzak [267]

本書で扱う題材をざっとながめただけでは，手法ばかり集めた，どうしようもないものに見えるかもしれない．しかし例題や演習問題を通して，それらを一定の方向づけをもった道具の集まりにしてある．実際，本書で扱っている手法は，背後に一貫性をもち，また多くの人たちに強くアピールするものである．共著者のひとりグレアムが1979年に初めてこの授業を担当したときには，学生たちがその授業を通して親しくなり，1年後に同窓会を開いたのであった．

それにしても，Concrete Mathematicsとはいったい何だろうか．それは，連続系(CONtinuous)の数学と離散系(disCRETE)の数学をブレンドしたものである．より正確には，問題解決のための手法の集まりを用いて，数学の表現式を一定の規則の下で操作することである．いったん本書の内容をマスターした読者なら，冷静な頭脳と一片の紙さえあれば，恐ろしい外見をもった和の計算をし，複雑な漸化式を解き，データに隠されているパターンを発見することができる．代数的な手法に熟達してしまえば，特定の限られた場合にのみ成立する近似的な解でがまんするよりも，数式を用いて厳密な解を求めるほうが，ずっと楽になるはずである．

Concrete Mathematicsは抽象数学への架け橋である．

本書で扱っている主な話題は，和の計算，漸化式，基礎的な数論，二項係数，母関数，離散的確率論，近似的方法等である．存在定理や組合せ推論よりも，操作手法に重点を置く．ちょうど微積分学を学ぶ学生が，絶対値関数や不定積分などの連続的操作に熟達するように，読者ひとりひとりが，最大整数値関数や不定和分などの離散的操作に熟達することが，本書の目標である．

初歩的に見える部分をスキップしてしまう上級の読者は，複雑に見える部分をスキップする初級の読者よりも，多くのものを見過ごす結果になる．
—G. Pólya [297]

ここにあげた話題を並べてみると，最近離散数学という学部生向けの科目でしばしば扱っている題材に比べて，かなり異なっていることが分かる．したがって，本書の名称を離散数学(Discrete Mathematics)とするわけにはいかない．そこで，Concrete Mathematicsという名前が最も適切であると判断したわけである．

でもDistinuous Mathematicsとするほどの勇気はなかった．

スタンフォード大学で開講しているConcrete Mathematicsの授業では，教科書としてThe Art of Computer Programming [207]の基礎的な数学の章を用いてきた．しかし，全部で110ページ分の中身はかなり粗略な書きかたしかしておらず，共著者のひとりパタシュニクがTAを勤めたとき，かなり長文の補助教材を用意した．その教材が発端となって，本書が誕生することになった．すなわち，クヌースの本の基礎的な数学の章を拡大し，よりていねいに

TA = Teaching Assistant (授業の補佐をする大学院生)

解説した内容になっている．もとの本で高度な箇所は部分的に省き，またもとの本になかった多くの話題を追加して，全体がうまくまとまるようにした．

著者たちは楽しみながら本書を一冊にまとめた．なぜなら，われわれの目の前で，扱っている題材が独立に形を変え，発展していったことがしばしば生じたからである．本書は，ほとんど自己生成のように形ができてしまった．しかも多くの箇所で採用した一般にはあまり用いないアプローチも，長年の授業経験の裏付けによって，うまく収まっていると考えている．その結果，本書はわれわれが好きなやりかたで数学に取り組む方法を示した，一種の宣言書のようなものになったという気がしてならない．本書は，数学の美しさや驚きの物語である．著者たちが本書執筆の際に味わった喜びの中で，そのわずかな部分だけでも，読者が受け継いでくれることを期待している．

抽象化の海で溺れかけている学生たちを救出するために，投げ込んだコンクリート救命具 ...
— W. Gottschalk

本書は大学の授業から誕生したものであるから，授業中の雰囲気をそのまま伝えるような，形式ばらないスタイルを保持するよう工夫した．人によっては，数学は神聖なものであり，常に冷徹であるべきだと考えているようである．しかしわれわれの立場からは，数学は楽しい遊びであり，それを認めることを恥とは思わない．仕事と遊びのあいだに厳密な一線を画する必要があるだろうか．Concrete Mathematicsはおもしろいパターンに満ちている．数式の操作はいつも簡単だというわけではないが，求まった解は驚くほど魅力的なことがある．数学という仕事の楽しみと苦労が本書にははっきりと，反映されている．なぜなら，それはわれわれの生活の一部だからである．

学生というものは，いつでも教師よりよく知っているものである．そこで，本書を用いて授業を最初に行なった際に，学生たちに落書きの形で，欄外に自由に意見を書いてもらうことにした．単なる語呂合わせにすぎないものもあり，かと思えば深淵な英知を含んだものもある．また，あいまいさや難解さに関する注意もあり，さらに後方の席に陣取った賢い連中からのコメントもある．肯定的(positive)なものもあり，否定的(negative)なものもあり，ゼロのものもある．しかしこれら落書きはすべて，本書の題材の理解を助けるための感情を，具体的に示したものであることは間違いない．

数学の落書きの例:
Kilroy は Haar でなかった.
Free the group.
Nuke the kernel.
Power to the n.
N=1 ⇒ P=NP.

このように欄外にメモを書くという発想は,「スタンフォード大学紹介」という学生向け冊子から派生したようである．この冊子では，大学側の正式な案内文と，卒業していく学生たちによるメモを並べて掲載している．たとえば，大学側は「スタンフォード大学のもつ，無形な形に関して忘れるべきでないことがいくつかある.」と書いている．その欄外には「無形な形とは何だろう．ここらに典型的な偽善的知性が垣間見える.」とある．また，大学の文章「共同生活をする学生グループの可能性は無限である.」に対する落書きは「スタンフォードの学生寮は飼育係不在の動物園だ.」といったぐあいである．

この件に関しては欄外くらいの興味しかないね.

欄外にはまた，過去の世代の偉大な数学者たちからの引用も書き込んである．彼らが本質的な発見をしたときの，彼ら自身の言葉を読むことができるわけである．なぜかは分からないが，本書の中にライプニッツ，オイラー，ガウスといった人たちの言葉と，いま現在数学の仕事をしている人たちの言葉が，入り混じって現われるのがたいへんよいことだという気がしている．数学はあらゆる場所で進行している人間の営みのひとつである．その豊かな織

この授業はいちばん楽しい授業だった．でも，講義メモは自分で作っていくのがいいように思う.

物は，種々の糸で織り込まれているのである．

本書では500問を超える演習問題を用意し，次の6種類に分類してある．

- **ウォームアップ問題**は，すべての読者が最初に挑戦すべき演習問題である．
- **基本問題**は，他人が書いたものを読むよりも，自分で計算したほうが理解しやすい題材を扱う演習問題である．
- **宿題向き問題**は，その章で扱っている題材の理解を深めるための演習問題である．
- **試験向き問題**は，複数の章の内容を同時に結びつける内容の演習問題である．その多くは，自宅持ち帰り型の試験問題向きで，教室で行なう制限時間内に提出する型の試験問題には適さない．
- **ボーナス問題**は，本書を教科書としている科目の，平均的な学生が扱える水準を越えた演習問題である．ここに属する問題は，本文を興味深い方向に拡張するものである．
- **研究問題**は，人間が解決できるものも，できそうにないものも含んでいる．しかし，時間の制約がない状態で挑戦するに値するような演習問題である．

コンクリートにはドリルはつきものさ．

宿題はきつかったが，そのおかげで多くを学んだ．それだけ時間をかけただけの価値があった．

自宅持ち帰り型試験は重要だ．— 大事にとっておかなきゃ．

宿題で想像したより，試験のほうがむずかしかった．

すべての演習問題の解答を，巻末の付録Aにあげておく．ここには，しばしば関連した結果に関する情報も書き加えてある．当然のことであるが，研究問題の解答は完全なものではない．しかしその場合でも，有用だと思われる部分的な解やヒントを示してある．読者にはできるだけ解答を読むように勧めたい．なかでもウォームアップ問題の解答はぜひ読んでほしい．ただし，解答を読む前にまず独力で問題を解く努力を十分にしてほしい．

解答をコピーすれば，勉強しなくても単位を取得することはできる．しかしそれでは，自分自身を裏切っているのであって，何も学べない．

付録Cで，演習問題の出典を明示するように努めた．よい演習問題を作るには，大きな創造性あるいは好運が必要だからである．残念なことに，数学では出典を書かずに演習問題を借りてくるという習慣が確立してしまった．その正反対の習慣，たとえばチェスの本や雑誌で採用しているような，チェスの問題が最初に現われたときの，人名，日付，場所を必ず明記するやりかたのほうが，ずっと優れていると思う．しかし，本書の演習問題のかなりの数については，すでに伝説化していて原典を突き止めることができなかった．もし本書に記した出典が誤っていることに気づいたり，あるいは書いてないものの出典を見つけた読者は，ぜひ知らせてほしい．本書の改訂の際に，訂正あるいは加筆することにしたい．

むずかしい試験問題を出す先生は，学生が他の科目の準備もしなければならないことを考えてくれていない．

本書で数学を記述するために用いた字体は，ザフ (Hermann Zapf) [227] が，アメリカ数学会(American Mathematical Society)専門委員会の委託を受けて，新しく設計したものである．委員会のメンバーは，ビートン(Barbara Beeton)，ボアス(Ralph Boas)，ダースト(Lincoln Durst)，クヌース(Donald Knuth)，マードック(Phoebe Murdock)，パーリス(Richard Palais)，レンツ(Peter Renz)，スワンスン(Ellen Swanson)，ホウィデン(Samuel Whidden)，ウーフ(William Woolf)である．ザフの設計の基本方針は，字の上手な数学者が手書きした場合の数学の薫りをもたせることである．機械的でなく手書きのスタイルが望ましい理由は，数学の創造には通常，ペンや鉛筆やチョークを用いてきたからである．たとえば，新しい字体の代表的な特徴のひとつは，ゼロの字である．この 0 は頂上がわずかに尖っている．なぜなら，手書きのゼロでは，

このような字体には，まだお目にかかったことはない．

円を一周して頂上に戻ったとき，書き始めた点のところで曲線がなめらかに閉じることは稀だからである．文字はイタリックでなく立体にして，下添字や上添字，およびアクセント記号をつけやすくしてある．この新しい字体は，偉大なスイスの数学者オイラー(Leonhard Euler, 1707–1783)にちなんで，AMS Euler と命名した．オイラーは，今日知られている数学の多くを発見した人である．本書で用いているローマ字には，Euler立体文字($\mathrm{A}\mathrm{a}\,\mathrm{B}\mathrm{b}\,\mathrm{C}\mathrm{c}\ldots\mathrm{X}\mathrm{x}\,\mathrm{Y}\mathrm{y}\,\mathrm{Z}\mathrm{z}$)，Eulerひげ文字($\mathfrak{A}\mathfrak{a}\,\mathfrak{B}\mathfrak{b}\,\mathfrak{C}\mathfrak{c}\ldots\mathfrak{X}\mathfrak{x}\,\mathfrak{Y}\mathfrak{y}\,\mathfrak{Z}\mathfrak{z}$)，Euler花文字($\mathcal{A}\,\mathcal{B}\,\mathcal{C}\ldots\mathcal{X}\,\mathcal{Y}\,\mathcal{Z}$)の3種類がある．ほかに，Eulerギリシャ文字($\mathrm{A}\alpha\,\mathrm{B}\beta\,\Gamma\gamma\ldots\mathrm{X}\chi\,\Psi\psi\,\Omega\omega$)がある．さらに，$\wp$ や $\aleph$ などの特殊文字もある．本書がEulerフォントを用いた最初の本になることを，特に喜びたいと思う．なぜなら実際，オイラーの精神が，本書のすべてのページに宿っているからである．Concrete Mathematicsはオイラーの数学である，といっても過言ではない．

親愛なる教授へ: しゃれをありがとう．そして，数学もありがとう．

われわれは，スタンフォード大学で過去にConcrete Mathematicsの授業を担当し，本書にも多くの貢献をしてくれた，ブローダー(Andrei Broder)，メイヤー(Ernst Mayr)，A. ヤオ(Andrew Yao)，F. ヤオ(Frances Yao)に感謝を捧げたい．また，毎年の授業でせっせと講義ノートを作成し，試験問題の草案作成にも参加してくれたTA諸君に，1024回感謝したい．TAたちの名前は，付録Cに並べてある．本書は，実質的には16年間の講義ノートの集大成であり，TAたちが残した一級の仕事なしでは，とても完成を見なかったことであろう．

僕が学んだことが本当に役立つかどうかはわかんないけどね．

本書を世に出すために，他にも多くの人たちの援助を得た．たとえば，ブラウン大学，コロンビア大学，ニューヨーク州立大学，プリンストン大学，ライス大学，そしてもちろんスタンフォード大学の学生諸君は，落書きを選び，最初の草稿のデバッグをすることで，本書に貢献してくれた．われわれとAddison-Wesley出版社の関係は，特に効率的で有用だった．なかでも，社主のゴードン(Peter Gordon)，出版部長のアーロンスン(Bette Aaronson)，デザイナーのブラウン(Roy Brown)，コピーエディタのデュプレ(Lyn Dupré)に感謝したい．国立科学財団(National Science Foundation)と海軍研究事務所(Office of Naval Research)からも，はかりしれない支援をいただいた．索引の準備に際して，C. グレアム(Cheryl Graham)がきわめて大きな貢献をしてくれた．そして最後に，われわれの妻たち(Fan，Jill，Amy)に，よく辛抱し，支援し，勇気づけし，アイディアを出してくれたことを感謝したい．

この授業では苦労したことも多かったが，そのおかげで数学の技能と思考の技能を磨くことができたのだと思う．

第2版では，5.8節を追加し，第1版が出版された直後にツァイルバーガー(Doron Zeilberger)が発見したいくつかの重要なアイディアについて記述した．また，ほぼすべてのページで改善を行った．

われわれは完璧な本を作るように努めてはきたが，神ならぬ身のなしたことである．われわれが犯した誤りを正すために，読者の援助を仰ぎたい．いかなる誤りについても，それを最初に発見して人に対して，2.56ドルの懸賞金を用意している．数学の誤りでも，歴史の誤りでも，単なる誤植でも同じ条件である．

訳注: もちろん懸賞金は原著に対してのみである．

ロナルド L. グレアム　(Ronald L. Graham, AT&Tベル研究所)
ドナルド E. クヌース　(Donald E. Knuth, スタンフォード大学)
オーレン パタシュニク　(Oren Patashnik, スタンフォード大学)

ひやかしでこの授業に出席することは勧めないね．

1988年5月, 1993年10月

訳者前書き

本書は，グレアム，クヌース，パタシュニクの3人が著わした，Concrete Mathematicsの日本語訳である．日本語の題名は，原著の副題にコンピュータサイエンスへの基礎と書いてあった点も考慮して，「コンピュータの数学」とした．

Concreteをコンピュータと訳すなんて，なんだか心配だな．

この訳書を出すことは，共訳者のひとりの有澤が，共立出版から「クヌース先生のドキュメント纂法」を翻訳出版したとき，その中に何度も現われるConcrete Mathematicsの本に興味をもったことが発端になった．クヌース先生がTEXとEulerフォントを駆使して作った本であり，いいかげんな訳本は出したくない．クヌース先生ご自身も，できるだけ原著の雰囲気を残した訳本を望んでおられた．幸いなことに，共立出版がその条件での出版を支援してくださることになり，本書の実現が具体化した．

分量から考えて，とてもひとりやふたりでは手に負えそうもないと判断し，4人のグループで分担翻訳することになった．あらかじめ，数回の打ち合せや試訳の突き合わせをした後で，主に1991年の夏休みを用いて翻訳し，その後1992年の夏から1993年の初夏までの期間に，4人全員がそれぞれ他の3人が訳出した部分をチェックし，加筆修正を行なった．この読み合わせにかなりの時間がかかったため，初めに計画していた日程よりもずいぶん遅くなってしまって，訳書の出版を待っていてくださった読者のかたたちにご迷惑をおかけした．

できるだけ訳者間で文体も合わせたいとは思ったけれども，無理して揃えてしまって個性を失うことを恐れて，最終的にはまだかなり訳者間の個人差を残すことになった．そうした個人差の例をひとつあげれば，ある訳者は文の先頭に記号や式が現われないような書きかたをめざしたが，別の訳者はそれよりも文のリズムを気にかけた，といったぐあいである．

原則として，数学用語は「岩波数学辞典第3版」に準拠するよう努めたが，部分的にどうしても新しい専門用語を作る必要が生じてしまった．ここでも例をあげれば，連続系数学の定積分や不定積分に対応して，離散系数学に定和分や不定和分という語を作っている．

落書きの部分については，必ずしも厳密な直訳では意味が通らないことがあり，文脈に応じて臨機応変の措置をとった．中には，原著の落書きが理解できるように，本文中にかっこ書きでもとの英単語を補った部分もある．なお，クヌース先生からのお許しをいただいて，訳者たちの落書きを書き加えた箇所もある．

これは本末転倒だったかもしれない．

実は，共訳者のひとり有澤が1971年秋にスタンフォード大学に留学した際，

最初に受講した授業のひとつがこのConcrete Mathematicsであった．この年の担当はクヌース先生で，最初の3回だけはクラーナー(David Klarner)が代講した．またTAはギリシャ人のギバス(Leonidas Guibas)で，現在スタンフォード大学教授になっている．ともあれ，翻訳の作業をしながら，古きよき時代を思い出したものだった．

アメリカ人のように妻に対する謝辞など明示的に書かないのが，日本的なスタイルだと思う．どのみち翻訳の印税は全額，彼女たち大蔵大臣の手に渡るのだから．

本書の訳出に当たっては，何人かのかたがたから，貴重な助言をいただいた．また，原著の中に潜んでいた誤りのいくつかを発見し，訂正することもできた．しかしその一方で，誤った訳文や正確にニュアンスを伝えていない訳文が，まだ残っていないかが心配でもある．

最後に，それぞれの訳者の分担を記録しておく．

有澤: 前書き，第1章，第2章，第7章
安村: 第3章，　第5章
萩野: 第4章，　第6章
石畑: 第8章，　第9章

訳者の名前は，仮に分担の章が若い順に並べてあるが，順不同である．

本書の内容は，著者前書きに述べてあるとおり，類書に比べてかなりユニークである．しかし，文字通り「コンピュータの数学」として，意義が大きいものと信じている．本書が，日本のコンピュータの数学の分野にも新しい風を送り込むことを，訳者一同期待してやまない．

第2版翻訳によせて

本書の初版を出版して以来，原著の加筆修正部分を反映した改訂版のリクエストが編集部から届くたびに気になっていた．今回，訳者全員がうまくタイミングをそろえ，第2版の翻訳に取り掛かることになった．原著第2版のTEX原稿ソースファイルを入手でき，原著初版との差分をとって，改訂箇所をリストアップした．クヌース先生がホームページ上に公開している正誤表も反映して，第2版の翻訳原稿を作成し，翻訳書第2版を送り出すことができた．

訳書初版出版(1993年)から四半世紀余，訳者のひとりが本書に相当する授業を受講した時(1971年)から半世紀近く経つ．技術革新が特に速い情報科学の分野で，本書へのニーズが途絶えないことは驚きである．1971年頃はインターネットがようやく動き始めたばかりで，1993年頃はインターネットが研究者や技術者から一般ユーザに拡大する直前だった．1971年当時のAIは今日のそれとはまるで別物だった．使われている暗号系も変わった．それにもかかわらず，本書が扱うコンピュータサイエンスの基盤は，揺るがずに持続していると思われる．

有澤 誠　(慶應義塾大学)
安村 通晃　(慶應義塾大学)
萩野 達也　(慶應義塾大学)
石畑 清　(明治大学)
1993年7月, 2020年7月

記法に関する注意

本書で使用している記法のいくつかは，まだ標準なものとして認められていない．以下に，他の本などで用いているものとは異なる記法を並べておく．また，それらの記法の説明があるページを添える．それから，標準的な記法については索引の記号のところにまとめてあるので，参照されたい．

記法	名称	ページ
$\ln x$	自然対数：$\log_e x$	265
$\lg x$	2を底とする対数：$\log_2 x$	71
$\log x$	常用対数：$\log_{10} x$	431
$\lfloor x \rfloor$	切下げ関数：$\max\{n \mid n \leqslant x,\ \text{整数}\ n\}$	68
$\lceil x \rceil$	切上げ関数：$\min\{n \mid n \geqslant x,\ \text{整数}\ n\}$	68
$x \bmod y$	剰余：$x - y\lfloor x/y \rfloor$	82
$\{x\}$	小数部：$x \bmod 1$	70
$\sum f(x)\,\delta x$	不定和分	49
$\sum_a^b f(x)\,\delta x$	定和分	50
$x^{\underline{n}}$	下降階乗べき：$x!/(x-n)!$	48, 204
$x^{\overline{n}}$	上昇階乗べき：$\Gamma(x+n)/\Gamma(x)$	48, 204
$n¡$	部分階乗：$n!/0! - n!/1! + \cdots + (-1)^n n!/n!$	189
$\Re z$	実部：x ただし $z = x + iy$	65
$\Im z$	虚部：y ただし $z = x + iy$	65
H_n	調和数：$1/1 + \cdots + 1/n$	30
$H_n^{(x)}$	一般化した調和数：$1/1^x + \cdots + 1/n^x$	266
$f^{(m)}(z)$	f の z での m 階微分	451
$\begin{bmatrix} n \\ m \end{bmatrix}$	第1種スターリング数	249

このページの末尾の xii が何を意味するか理解できないときは，数学でなくラテン語の教授に尋ねるとよい．

コンピュータの数学 第2版
Ronald L.Graham ・Donald E.Knuth ・Oren Patashnik 著・有澤 誠・安村 通晃・萩野 達也・石畑 清訳
https://www.kyoritsu-pub.co.jp/bookdetail/9784320124646

Concrete Mathematics だと強調してたけど，すごくいっぱい記法が出てくるんだな．

$\left\{ {n \atop m} \right\}$	第2種スターリング数	247
$\left\langle {n \atop m} \right\rangle$	オイラー数	257
$\left\langle\!\!\left\langle {n \atop m} \right\rangle\!\!\right\rangle$	2階オイラー数	259
$(a_m \ldots a_0)_b$	$\sum_{k=0}^{m} a_k b^k$ の b 進記法	12
$K(a_1, \ldots, a_n)$	連分多項式	289
$F\left({a, b \atop c} \middle\vert z \right)$	超幾何関数	199
$\#A$	集合 A の要素の数	40
$[z^n]\, f(z)$	$f(z)$ の z^n の係数	192
$[\alpha \mathinner{\ldotp\ldotp} \beta]$	閉区間: 集合 $\{x \mid \alpha \leqslant x \leqslant \beta\}$	74
$[m = n]$	$m = n$ の場合 1，それ以外の場合 0*	25
$[m \backslash n]$	m が n を割り切る場合 1，それ以外の場合 0*	102
$[m \backslash\backslash n]$	m が n をちょうど割り切る場合 1，それ以外の場合 0*	144
$[m \perp n]$	m と n が互いに素の場合 1，それ以外の場合 0*	115

*一般に，S が真または偽の値をとる任意の命題であるとき，ブラケットを用いた $[S]$ という記法は，S が真であれば 1，S が偽であれば 0 を表わす．

式の中に‘a/bc’と書いてあったら，‘$a/(bc)$’と同じである．かっこづけの約束として，$\log x/\log y = (\log x)/(\log y)$，$2n! = 2(n!)$ としておく．