CREATORS LIBRARY

造形ライブラリー ｜ 古山 正雄 監修

07

Architectural Mechanics

MORISAKO Kiyotaka

造形力学

森迫 清貴 著

CREATORS LIBRARY 07

造形力学

森迫 清貴 著

Architectural Mechanics

MORISAKO Kiyotaka

共立出版

まえがき

ガリレオ・ガリレイの『新科学対話』[001] の最初に，

> 小をもつて大を推し測ってはいけない。大抵の考案は寸法が小さいときにはうまく成功しても，大きくすると失敗するものだから，・・・

という記述があります。ひとは，ものを実に様々なかたちと大きさで造ってきました。そこには，試してみようという思いっきりの挑戦や，先人達からの伝授，失敗体験からの知恵があり，それぞれのものが実現されてきたのでしょう。現代では，小さなものや工芸品などを除いて，科学的理論と工学的判断，経済的・社会的判断などに基づく総合的決断によって，ものがつくられています。ガリレオから始まるとされている実験・観測に基づくものづくり設計概念が，現代の便利で，ある意味快適な社会の実現に寄与していることにはあまり異論はないでしょう。

人類の叡智による科学的理論とそれを応用して人類に役立てようとする工学的理論には少し溝があります。工学的理論は，それを応用したい時代において技術的に可能なレベルや前述した様々な判断も反映した理屈になります。新たな科学的発見があれば，工学的理論との溝の幅に変化が見られる場合もあるでしょうし，関係のない場合もあるでしょう。一方，新材料の開発などは，新たな工学的理論を必要とするでしょう。また計算技術や加工技術の進歩は，溝の幅を縮めることが期待されます。

ひとがものをつくりたいと思うとき，既存のものを自らつくりたいと思う以上に，既存のものとは違う，それに関わる一人間として，何かしら自分らしいものとしたいという欲求があると思います。したがって，ものづくりには，いつも何らかの創造とそれを実現するための工夫とがあります。

著者は，創造（あまり言えませんが）と工夫をするときには原点に立ち戻ることが非常に有効であると考えています。これは経験に基づきます。今の時代，まさに種を植えて素晴らしい実のなる樹になるような特別な種を見つけることは容易ではありません。樹の先端付近に居て改良

ガリレオ Galileo Galilei　1564-1642

イタリア・ルネサンス後期の数学者，自然学者。近代的物理学の開拓者。フィレンツェの名家ガリレイ家の長男としてピサで生まれる。ピサの大聖堂で揺れるシャンデリアを見て「振り子の等時性」を発見した，ピサの斜塔から大小２つの球を落として同時に地面に落ちる実験を見せたの逸話がある（落下の実験は，フランドルのブルジェ出身のシモン・ステヴィン（1548-1620）が 1585 年の力学に関する著書で述べている）。ガリレオは，アリストテレス流の哲学的思考によって自然を理解するのではなく，数学的記述によるような仮説を実験的に吟味するという近代的な方法論をとった。その一例として球を斜面で転がす実験で「落下の法則」を実証した。地動説でローマ教皇庁の裁判被告となり，1633 年に判決が下り異端誓絶を行った。「それでも地球は動く」は有名であるが，事実かどうかは怪しい。その後「新科学対話」を準備し，1638 年に出版している。

ガリレオは，フィレンツェの「アカデミー・オブ・デザイン（高等工芸学校）」の数学教師オスティリオ・リッチとの出会いによって数学・物理学者としての歩みを始めた。1592 年に 28 歳でパドヴァ大学の数学教授に就任し，1594 年頃「力学について（機械学）」でてこのつり合いに力のモーメントの概念を導入している。梁の破壊や綱の破断など，ものをつくる技術に関する考察も多い［001-007］。

や改善を求められることの方が普通のように思えます。そうしたとき，少なくとも枝の分かれ目までは降りて，上や下を眺めてみると，空や土も見ることができます。これはヒントになると思いませんか。特に，この本の分野である「建築」は,「原理（アルケー）を知る工匠の技術」[008]にほかならないのですから。

この造形力学は，著者が大学の建築分野で学び，その後，曲がりなりにも教えてきた授業内容を，著者なりの理解に基づいて記しています。また，授業では話せていないことも含まれています。著者は，高校以来，数学，物理がどちらかと言えば苦手でしたので，一つ一つの有用な工学的事項を納得するのに時間がかかりました(未だに,「これは決まりごと」として割り切ろう，と思っていることもあります)。その結果の内容ですので, 勝手解釈やご都合主義だろうとご指摘があると思います。また，ところどころに変なこだわりもあります。諸先生方や学会等の人々からのお叱りも覚悟しております。どうかご寛恕いただきますようお願い申し上げます。

なお, 造形力学という学問分野が明確に存在するわけではありません。これは，京都工芸繊維大学で 1988 年に意匠工芸学科，住環境学科，建築学科を統合した造形工学科が生まれたとき，建築力学の名称を変更して誕生した授業科目名です。建築士の受験資格に必要な構造力学を授業するための科目で，その後 2006 年の改組によって，造形工学科はデザイン・建築学課程という教育プログラム型に変わり，造形力学の授業科目名は建築構造力学というごく普通の名前に替わっています。

構造力学は，機械工学や建築，土木工学のみならず材料工学などの工学の広範な分野の基礎となっており，したがって，既に数多くの教科書やいろいろな形式の関連本が世に出ています。また，現在ではインターネットでいろいろなレベルで情報を入手し，学ぶこともできます。著者も実に多くの書籍のみならず, ネット情報も参考にしています。ただし，ネット情報は基本的に著者，編者が判明している書籍でその後に確認しています。引用や参考文献は［　］内数字で示し，それらは巻末にまと

ARCHITECT
ARCHITECTURE

「建築」architecture（英語）
↑
ラテン語の　architectura
↑
ギリシア語の　architectonicē
architectonicē technē の略
「architectōn の technē（術）」を意味する

architectōn … 初・原，原理，首位・頭を意味する archē と工匠・職人を意味する tectōn の合成
technē … 術

「原理 (アルケー) を知る工匠の技術」

図 0.1　建築 Architecture

めて記しています。

この本は，教科書的ではありますが，構造力学を学習しているときの横においていただき，読者が考えるときの副読本にしていただければと願っています。内容は易しめのところもありますが，少し難しめなところもあります。あまり読者層を絞り込まず，イメージを醸成できるように書き進めています。それゆえ，演習問題は含まれていません。必ず，他の出版されている教科書や授業のプリントなどで問題を解くという訓練をして下さい。構造力学という分野は，面倒くさがらずに演習問題を解くという積み重ね以外に修得する方法はありません。この分野では「難しい」という語は，「面倒だ」という語の同義語かも知れません。

森迫　清貴

目　次

まえがき

1 章　力　001

第 1 節　ニュートンの力とフックの力　002
第 2 節　力の表現と力のつり合い　005
第 3 節　力のモーメントと静的等価　012
第 4 節　重心と図心，断面 1 次モーメント　022
第 5 節　剛体のつり合い　028

2 章　引張，圧縮，せん断　033

第 1 節　垂直ひずみと垂直応力，軸力　034
第 2 節　せん断ひずみとせん断応力，せん断力　044
第 3 節　引張をうける棒材の材軸に斜めの断面での応力　049
第 4 節　ひずみと応力　052
第 5 節　主応力　065
第 6 節　降伏条件　069
第 7 節　断面力（合応力）　073

3 章　曲げ　075

第 1 節　軸力と曲げによる棒材の垂直応力，断面 2 次モーメント　076
第 2 節　軸力と 2 方向曲げをうけるときの棒材の垂直応力，断面相乗モーメント　087
第 3 節　棒材の曲げに伴うせん断応力 , せん断中心　091
第 4 節　塑性曲げ　105
第 5 節　断面諸量と座標変換　112

4 章　ねじり　117

第 1 節　円形断面棒材のねじれ　118
第 2 節　単純ねじれ（サンブナンねじれ）　122

第３節　曲げねじれ（ワグナーねじれ）　132

5 章　梁　135

第１節　梁の支点と静定梁・不静定梁　136
第２節　静定梁の反力と断面力　140
第３節　梁の曲げによるたわみ　152
第４節　簡単な不静定梁の反力と断面力　161
第５節　梁の塑性曲げと塑性崩壊　164

6 章　ラーメン，アーチ，トラス　169

第１節　静定ラーメンの反力と断面力　170
第２節　静定アーチの反力と断面力　180
第３節　静定トラスの反力と断面力　185
第４節　その他の静定構造物の反力と断面力　196
第５節　簡単な構造物の塑性崩壊　202

7 章　座屈　207

第１節　棒材の曲げ弾性座屈，細長比と断面２次半径　208
第２節　簡単な骨組内部材の弾性座屈　219
第３節　非弾性座屈　222
第４節　曲げをうける部材の横座屈　223

付録　国際単位系　227
参考文献　232
索引　235

あとがき　239

Chapter 1
Force

1章 力

第１節　ニュートンの力とフックの力

力とは

「力とは何か」と問われて，すっきりと答えることは意外と難しい。高校までの物理では，「力」というものが当たり前に存在するものとして扱われていたように思うけれど，「力」そのものを見たことはない。

多くの人は，ニュートンの運動の第二法則 $\boldsymbol{F}=m\boldsymbol{a}$ で力 $\boldsymbol{F}$ が定義されていると理解している。この運動の第二法則は 1687 年出版のニュートンの『プリンキピア』では次のように記述されている[101]。

物体の運動の変化は，物体に加えられた力に比例し，その力の方向の直線に沿って起こる。

見えているのは質量 m に代表される物体と，その運動の変化（加速度 $\boldsymbol{a}$）であって，力ではない。しかも力がかかわるのは，単純に動いているということではなくて，運動の速さや方向，向きが変化することについてである。すなわちニュートンの力 $\boldsymbol{F}$ は，物体によって定まる比例係数 m を介して，物体の加速度 $\boldsymbol{a}$ によって定義されていることになる。力 $\boldsymbol{F}$ は，大きさと方向，向きに関係しているのでベクトルとして表記する必要があり，通常，太字で記している。質量の単位は SI 基本単位（巻末付録参照）で kg（キログラム）であり，加速度の大きさの単位は m/s^2（メートル・パー・セカンドの２乗），力の大きさの単位は $kg\cdot m/s^2$（キログラム・メートル・パー・セカンドの２乗）となる。力の大きさの単位 $kg\cdot m/s^2$ を一つの文字「N」で表すこととし，「ニュートン」と読む。

一方，人類は太古から実用技術として，力学的知恵を駆使してきてい

ニュートン Isac Newton　1643-1727
　イギリスの数学者，物理学者。イングランド，ウールスソープ村の生まれ。ケンブリッジのトリニティ・カレッジで学ぶ。ロンドンでペストが大流行した 1665 年から 18 ヶ月の間故郷で瞑想したことが，後の三大発見（万有引力，微分積分学，光学）に結びついたといわれている。「リンゴが木から落ちるのを見て万有引力を発見した」という逸話はこの時期のこと。「プリンキピア」で運動の三つの公理として，慣性の法則，運動方程式，作用・反作用の法則をあげた。1699 年造幣局長官，1703 年王立協会総裁になり，死ぬまで毎年選出された。化学実験の経験もあり，錬金術にも興味を持っていた［002,004,101-106］。

質量 mass　…　物体に固有の量（物質の量）で，「密度」×「体積」として定義される。「密度」とは「単位体積当りの質量」であるとされるが，定義されていると言えるのかどうか。確実なのは，ニュートンの運動の法則における比例係数であり，物体に慣性を生じさせる原因となるものである。質量の単位は kg であり，後述する重量の単位との区別が必要である。もともと 1kg は最大密度の水 $1000cm^3$ の質量であったが，1889 年に「国際キログラム原器」が承認され，それ以降は「この原器をもって質量の単位とみなす」ということになっている。質量は原器に基づいた分銅を用いて，天秤 balance や竿（棹）秤で直接量ることができる［107,108］。

る。ピラミッドのような巨大建造物の建設のみならず，小さな住居においても材料の運搬や部材の安定保持のために，必ずしも理論計算などに頼らなくとも経験的な力感覚をもって対処してきている。

形ある「もの」をつくるには材料がいる。物体に「力」をかけると変形することを，われわれは経験的に実感している（目に見えるほど変形していなくても，納得できるであろう）。このことを「ばね」の復元力として示したのがフックである。フックは 1678 年の「復元力についての講義」でばねについて次のように述べている[003]。

> ばねを粗の状態，言い換えればばねの一部を他部分から離すようにする，またあるいは，ばねを密の状態にしめるなどして生じた**自然状態よりの変位とか間隙の大きさと，ばねを自然の位置にもどそうとする力とは比例する**。この法則はばねについてのみ観察されるものではなく，金属，木，石，れんが，毛髪，角，絹，筋肉，ガラスなどのすべての弾力性のある物体についていえることである。

フックの法則はたとえば $\boldsymbol{F}=k\boldsymbol{d}$ と書かれる。フックの力 $\boldsymbol{F}$ は，ばねによって定まる比例係数 k を介して，変形（ばねの端が移動した変位）$\boldsymbol{d}$ によって定義されている。ここでも見えているのは，力そのものではなくばねにかける錘（おも）りであり，ばねの変形である。錘りは重力というニュートンの力を表現しているが，その力を具体的に測っているのはばねの伸び（下端が下がった変位）によるフックの力である。

「力」とは，ニュートンでいえば「物体の存在を表現するパラメータである質量 m（比例係数）とその物体の運動の変化を表現している加速度 $\boldsymbol{a}$（速さの大きさの変化，方向，向きの変化）をむすびつける数学的パラメータ」であり，フックでいえば「物体の構成材料を反映する比例係数 k とその物体の変形を表現している $\boldsymbol{d}$ をむすびつける数学的パラメータ」であるということになる。すなわち，われわれは「力」を，

加速度 acceleration … 単位時間（例えば，1 秒（s））当たりの速度の変化の程度を表す量である。速度 velocity とは，単位時間当たりの位置の変化の程度を表す量である。位置の変化には，基準とした点からの距離と方向が含まれている。なお，速度の大きさを表すのに「速さ speed」という語が使われることもある。速度の大きさの単位は m/s であり，加速度の大きさの単位は m/s^2 である。

方向と向き direction … あえて区別すると，「方向」とは空間的な方角を意味し，数学的に座標軸を定めれば，その軸からの角度で表される。「向き」は方向のどちらを向いているかを表し，例えば正（プラス）・負（マイナス）で示す。区別せずに使われることも多い。例えば，「大きさと向きをもつ量をベクトルという」など。

「ばね」はひらがな，カタカナ … 「バネ」と書くことが多いようだが，大辞林をひくと「ばね（発条・弾機）」とあり，建築や機械の学術用語集では「ばね」と記されている。英語では spring なので，カタカナ表記の「バネ」は，文中で識別しやすいようにという配慮なのだろう。「ばね」の語源は，鉄砲用の「はじきがね」あるいはとび「跳ねる」から来ているという説がある。

フック Robert Hooke 1635-1703

イギリスの自然科学者。イングランド，ワイト島の出身。オックスフォードのクライスト・チャーチ・カレッジで学ぶ。子供のころから工作好きで，ロバート・ボイル（1627-1691）の助手として真空ポンプを作製した。1660 年に現存する最古の自然科学の学会「王立協会」が設立され，1662 年にフックは協会の実験主任に任命され会員となった。顕微鏡による観察を図版というかたちで示した

「ミクログラフィア」で絵画の才能も発揮され，名声を得た。コルクの断面でcellという言葉が使われている。惑星の運動や光学についての研究もあり，ニュートンとの確執が生じたと言われている。測量技師でもあり，1666年9月のロンドン大火後，建築家クリストファー・レン（1632-1723）に協力してロンドン再建計画を策定し，いくつかの建物を設計している。ニュートンの「プリンキピア」の出版を王立協会が決めた後，フックは重力が距離の二乗に反比例するのを発見したのは自分だと主張して，物議を起こした。これを機に以前から確執のあったニュートンとの関係は最悪になったようである。[003,105,109,110]。

物体の「運動の変化」あるいは「変形（変位）」という「力の効果」を介して見ていることになる。

現在，われわれは，人類の先達が発案してくれた「力」という便利なパラメータを使うことによって，「もの」をつくっているのである。

第 2 節　力の表現と力のつり合い

力は矢印で表現

ニュートンの力は, 物体の運動の速さや向きを変える働きを表し, フックの力は，ばねの長さを変化させるなど物体に変形を与える働きを表している。フックの力は，つり合いを考えることでニュートンの力として認識することができる。ここで力は大きさだけでなく，向きという性質をもつと考えておく必要がある。すでに前節で力 $\boldsymbol{F}$ を，大きさと向きをもつベクトルとして表記し，太字で記してきた。

ベクトルを図示するときは，図 1.1 のように矢印（有向線分）を用いる。矢印の長さが大きさを，矢印を含む直線（図中の破線）が力の作用線の方向を，矢印の頭（こちらが線分の終点）のアローヘッド（鏃（やじり），矢尻）が向きを表している。方向と向きを合わせて「方向」あるいは「向き」のどちらかで表現することが多い。力の作用点の位置は矢印の頭なのか，逆の起点なのかは，特に決まりはない。

ベクトル vector とスカラー scalar　…　ベクトルとは，大きさと向きをもつ量である。速度も加速度も, 大きさと向きをもっており，ベクトルである。たとえば直線レール上の電車が減速しているとき，速度は進行方向に正の向きの量であるが，加速度は進行方向に対して負の向きの量である。

スカラーは一つのスケール（scale，スカラーの語源）で測れる量であり，大きさ（数値，正の値も負の値もある）だけをもつ量である。

ベクトルは通常，**太字**で表し，スカラーは太字にはしない。

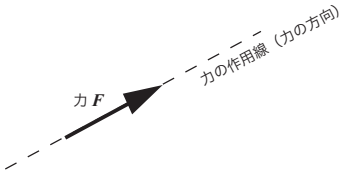
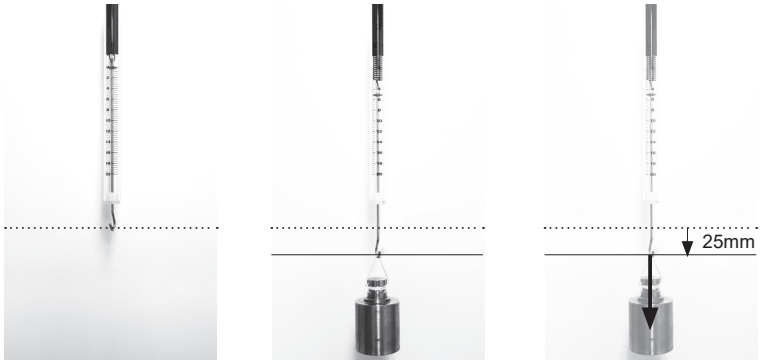


図 1.1　力のベクトル



(a)　ばね秤　　(b)　分銅の吊されたばね秤　　(c)　分銅の重さを矢印で表示

図 1.2　ばね秤で分銅の重さを測る（村本 真撮影）

force と power … どちらも「力」と訳される。force は物理学の力，実際に働く物理的力のイメージであるが，精神力などにも使われる。一方 power は何かを行うことのできる能力のイメージが強い。スター・ウォーズの Force は，能力の源であり，何か客体化されているようである。人間は，いろいろな場面で Force 的なイメージを信じて使っている。

重力 gravity … 物体にはたらく地球の引力（作用）であり，物体の重量（重さ）weight とも呼ばれる。物体の重量 $\boldsymbol{W}$ とすると，

$$\boldsymbol{W} = m\boldsymbol{g}$$

と表される。m は質量であり，$\boldsymbol{g}$ は重力加速度 gravity acceleration と呼ばれる。したがって重量の単位は kg・m/s^2（すなわち N）である。質量は重量のもとになるものといえる。

地球表面では $\boldsymbol{g}$ は自由落下する場合の加速度であり，その方向は地球の中心を向き，大きさはほぼ 9.8m/s^2 である。2 つの物体の質量を m および M とすると，ニュートンの万有引力の大きさ f の公式は，

$$f = G\frac{mM}{r^2}$$

である。ここで r は 2 つの物体の重心間の距離であり，G は比例定数（ニュートン定数あるいは万有引力定数と呼ばれる）である。1798 年ヘンリー・キャベンディッシュが，地球の密度（質量）を測定する目的で行った 2 つの球による引力実験で $G = 6.6726 \times 10^{-11}$ (m^3/(s^2・kg)) と算出した。引力の大きさ f が重量 $\boldsymbol{W}$ の大きさであるから，重力加速度の大きさ g は次のように書ける。

$$g = G\frac{M}{r^2}$$

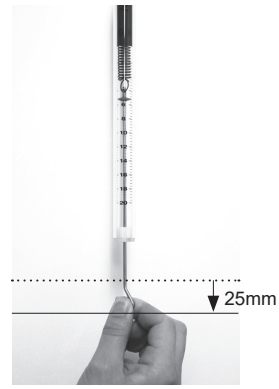


図 1.3　ばね秤で力を実感する（村本 真撮影）

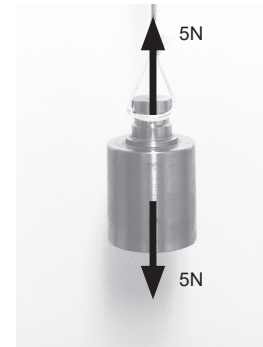


図 1.4　分銅に働く力（村本 真撮影）

図 1.2 は，ばね秤（ばかり）で分銅の重さを測っているところである。ばね秤は，言うまでもなく，ばねの変形を利用して力を測る道具である。ばねの目盛りは 1mm 毎に刻まれており，1 目盛りは 0.2N である。このばね秤に使われているばねの比例係数 k は 0.2N/mm（ばねを 1mm 伸ばすのに 0.2N の力が必要）ということになる。分銅が吊るされた（b）のばねの目盛りは，5N（kg・m/s^2）であることを示し，ばねは 25mm 伸びている（下端は 25mm 下がっている，下端の変位は重力方向下向きに 25mm）。分銅の重さは分銅の質量に重力加速度 $\boldsymbol{g}$ を乗じたものであり，分銅をばね秤から外し，手で持つことなどをしなければ重力加速度で落下する。この分銅の質量は，$\boldsymbol{g}$ の大きさが 9.8m/s^2 とすると，5N÷9.8m/s^2 から 0.51kg ということになる。分銅の重さという力（重力）を矢印で表すと図 1.2（c）のようになる。

図 1.3 は，図 1.2（b）と同じ目盛りになるように指に「力」を入れてばねを下げている様子である。指は 5N の力を実感しているはずである。この力は，ばねから指が受けている力でもある。ばねの力も矢印で表すと，これは上向きの力として表される。分銅という物体にのみ着目すると，図 1.2（b）あるいは（c）は，図 1.4 のようにあたかも分銅が宙に浮いているかのような図になる。このように物体に着目して，物体

を頭の中で宙に浮かせ，それに働く力を矢印で示した図を自由体図 free body diagram と呼んでいる。分銅に働くばねの力と重力は，それらの力の作用線が同一であり，大きさが等しく，向きは反対である。こう考えると分銅に働くトータルの力は **0** である。したがって，ニュートンの運動の法則により，分銅に加速度は生じず，動くことなく静止している，というのが説明である。このトータルの力が差し引き **0** になることが，「つり合い equilibrium」である。つり合いは「平衡」とも書く。

人は「力」という概念を導入し，つり合いを考えることによって，物体に働く力を捉えることに成功したとも言える。そこでは，自由体図が大きな役割を担っている。

図 1.5 に，水平床上に静止している重さ $\boldsymbol{W}$ の球体についての自由体図を示す。ここでは，床があるという事実が床面からの反力（抗力）reaction $\boldsymbol{N}$ に置き換えられている。重さは，もちろん球体の質量 m に重力加速度 $\boldsymbol{g}$ を乗じた重力のことであり，本来，質量は球体全体に分布しているはずであるが，それをまとめた結果としての重力 $\boldsymbol{W}$ として表されている。この球体は静止していることから，つり合っている。すなわち，反力 $\boldsymbol{N}$ の大きさは重力 $\boldsymbol{W}$ の大きさと等しく，向きは反対のはずであり，また力の作用線は同一であると考えられる。

自由体図において 2 つの力 $\boldsymbol{W}$ と $\boldsymbol{N}$ は，球体にとってはいずれも外力として考えることができる。重力による球体の変形や床との接触面での変形を問題にせず，球体全体のつり合いを説明しようとする場合には，図 1.6 のように同一作用線上であれば，どこにその矢印を描いても問題はない。さらに，図 1.6（c）のように球体そのものを描かず，2 つの力 $\boldsymbol{W}$ と $\boldsymbol{N}$ を 1 点に働くように描いても，2 つの力のつり合い状態を示すこともできる。

力の合成と分解

図 1.7（a）のように 1 点 A に 2 力 $\boldsymbol{F}_1$，$\boldsymbol{F}_2$ が同時に作用するときに，

g および上記の G を代入し，地球の半径を約 6400km とすると，ニュートンの万有引力に基づく地球の質量 M は，

$$M \fallingdotseq 6.0 \times 10^{24}\mathrm{kg}$$

となる。

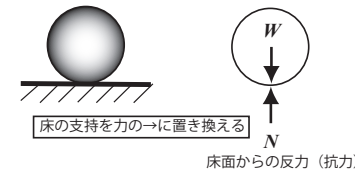


図 1.5　床に置かれた球体の自由体図

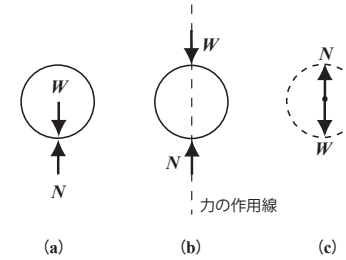


図 1.6　球体に働く力のつり合い

equilibrium と balance　…　どちらも「平衡」，「つり合い」と訳される。balance の語源はラテン語の bi（2 つの）と lanx（皿）から来ており，「天秤」である。equilibrium は，equi（equal）+balance+ium（ラテン語からの借用語にみられる）という構成である。力学でのつり合いでは，equilibrium が使われる。

静力学 statics　…　static「静的な，静止している」（時間によって変化しない）状態を説明するためのつり合いを研究対象とする学問である。時間に関する変数を扱い，慣性力などを考慮する場合には動力学 dynamics と呼ばれる体系がある。

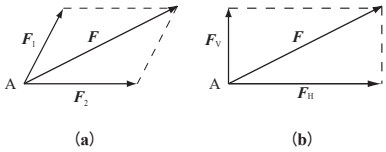


図 1.7　力の合成と分解

それらの力の効果を一つの力で表すことができるかどうかを考えよう。2 つの力の方向は異なっており，このような場合の力の和はどうすればよいのであろう。

力はベクトルであるから，2 力 $\boldsymbol{F}_1$，$\boldsymbol{F}_2$ のベクトル和は，$\boldsymbol{F}_1$ および $\boldsymbol{F}_2$ を 2 辺とする平行四辺形の対角線として，1 つの力 $\boldsymbol{F}$ に合成される。$\boldsymbol{F}$ を $\boldsymbol{F}_1$ と $\boldsymbol{F}_2$ の合力 resultant force とよぶ。逆に，力 $\boldsymbol{F}$ は 2 力 $\boldsymbol{F}_1$，$\boldsymbol{F}_2$ に分解され，そのとき $\boldsymbol{F}_1$，$\boldsymbol{F}_2$ は力 $\boldsymbol{F}$ の分力 component of force と呼ばれる。これをベクトル演算の式で表示すると，

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 \tag{1.1}$$

と書ける。力 $\boldsymbol{F}$ の分解の仕方は，図 1.7（a）以外にも無数にあり，例えば，図 1.7（b）のように直交する 2 力 $\boldsymbol{F}_H$，$\boldsymbol{F}_V$ に分解することもできる。

図 1.6 の球体が静止し続けるためには，球体に働く合力ベクトルが $\boldsymbol{0}$ であり，ニュートンの力学で加速度が生じない状態でなければならない。2 つの力ベクトル $\boldsymbol{W}$ と $\boldsymbol{N}$ の合力について，式（1.1）に従って記すと，

$$\boldsymbol{W} + \boldsymbol{N} = \boldsymbol{0} \tag{1.2}$$

となる。上式での $\boldsymbol{W}$ と $\boldsymbol{N}$ は，図 1.6 に描かれた矢印の向きは意識せず，ここでは任意の向きの可能性を含んでいる。式（1.2）から，

$$\boldsymbol{W} = -\boldsymbol{N} \tag{1.3}$$

である。式（1.3）から，$\boldsymbol{W}$ と $\boldsymbol{N}$ の矢印は同じ方向（作用線）にあり，その向きが逆であること，そして矢印の長さが等しいことがわかる。

ベクトルである力の合成，分解を図示的に行う方法は理解されたと思うが，計算によって行うためには，座標系 system of coordinates を設ける必要がある。座標系は，原点を定め，そして座標軸の方向と 1 単位 unit の大きさの基準を定める基本（単位）ベクトル fundamental vector（基底ベクトル base vector）を決めることによって定義される。

ベクトルのもう一つの定義　…　ベクトルとは，2 つのベクトルの和が，幾何学的に表した 2 つの矢印が作る平行四辺形において，対角線の作る矢印となるものである（図 1.7 参照）。

下添え字 subscript の H と V　…　構造力学における平面直交座標系では，水平方向と鉛直方向という表現を使うことが多い。鉛直方向とは，糸につけた錘り（下げ振り plumb bob）が自然状態で向く方向，すなわち地球の中心方向である。したがって水平方向は鉛直方向と直交する方向である。通常の紙面では，水平方向は横方向，鉛直方向は縦方向となる。添え字 H は horizontal（水平の）の頭文字であり，V は vertical（鉛直の）の頭文字である。

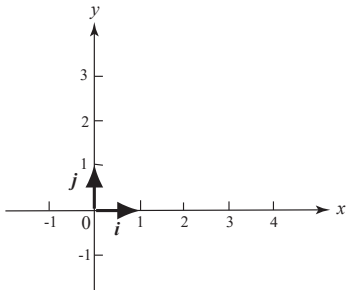


図 1.8　基本ベクトルと平面直交座標系

ここでは，まず平面の直交座標系を考える。図 1.8 のように，直交する 2 つの基本ベクトルとして $\boldsymbol{i}$，$\boldsymbol{j}$ を用いると，x-y の平面直交座標系が定まる。$\boldsymbol{i}$ が x 軸の基本単位ベクトルであり，$\boldsymbol{j}$ が y 軸の基本ベクトルである。$\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}$ を用いて, 2 つの力 $\boldsymbol{F}_1$, $\boldsymbol{F}_2$ の合力を表してみる（図 1.9 参照）。

$$\boldsymbol{F}_1 = F_{1x}\boldsymbol{i} + F_{1y}\boldsymbol{j}, \quad \boldsymbol{F}_2 = F_{2x}\boldsymbol{i} + F_{2y}\boldsymbol{j} \tag{1.4}$$

ここで, F_{1x} および F_{1y} は, $\boldsymbol{F}_1$ の x 方向成分, y 方向成分であり, スカラーである。式（1.4）を式（1.1）に代入すると,

$$\begin{aligned}\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 &= (F_{1x}\boldsymbol{i} + F_{1y}\boldsymbol{j}) + (F_{2x}\boldsymbol{i} + F_{2y}\boldsymbol{j}) \\ &= (F_{1x} + F_{2x})\boldsymbol{i} + (F_{1y} + F_{2y})\boldsymbol{j}\end{aligned} \tag{1.5}$$

と書ける。また,

$$\boldsymbol{F} = F_x\boldsymbol{i} + F_y\boldsymbol{j} \tag{1.6}$$

と表せるから，$\boldsymbol{F}$ の x 方向成分 F_x および y 方向成分 F_y は，2 つの力 $\boldsymbol{F}_1$，$\boldsymbol{F}_2$ のそれぞれの x 方向成分および y 方向成分を足し合わせた

$$F_x = F_{1x} + F_{2x}, \quad F_y = F_{1y} + F_{2y} \tag{1.7}$$

となる。これにより図 1.9 に示したように $\boldsymbol{F}$ の方向，向きがわかる。また大きさ F は，三平方の定理（ピタゴラスの定理）から次のようになる。

$$F = \sqrt{F_x{}^2 + F_y{}^2} \tag{1.8}$$

3 次元の空間直交座標系についても同様である。図 1.10 に，単位基本ベクトルを $\boldsymbol{i}$，$\boldsymbol{j}$，$\boldsymbol{k}$ とする x-y-z の立体直交座標系を図化して示す。右手の親指を x 軸の正の方に向け，人指し指を y 軸の正の方に向ける，中指は z 軸の正の方を向く。このような座標系を右手直交座標系と呼んでいる。直交座標系をデカルト座標系 Cartesian coordinate system とも呼ぶ。

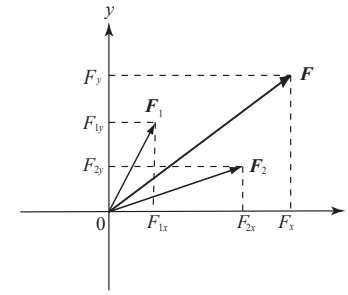


図 1.9　力ベクトルの成分表示

ピタゴラス Pythagoras　BC572-BC492？

トルコ沿岸のギリシアのサモス島の出身。南イタリアのクロトンで宗教団体兼学術団体を創立した。彼によると数が万物の根本原理であり，原型であり，万物は数の関係にしたがって秩序あるコスモスをつくる，とされている。宇宙をコスモスと名付け，幾何・数論・音楽に通じ, マテマティケ（学ばるべきもの, 学科）を数学の意味に用いた。彼の名を冠したピタゴラスの定理（三平方の定理）が有名であるが，彼が証明したという証拠はない［002,111,112］。

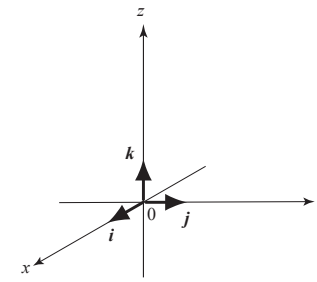


図 1.10　右手直交座標系

デカルト René Descartes　1596-1650
「私は思惟する。ゆえに私は在る。」で有名なフランスの哲学者。彼は知識を獲得する方法をまず数学に求め，数学的自然学の体系化を試みている。幾何学の研究に代数的方法を用いる解析幾何学の基礎となる座標系（2つの実数を平面上の点（座標）によって表す方法）を発明し，1637年出版の『方法序説』に記されている。デカルト座標系のことを「カーテシアン」と称することもある［002］。

物体に作用する力の作用線が1点に集まる力のつり合い

ばね秤につるされた分銅および床に置かれた球体について，自由体図を示し，分銅と球体，それぞれに作用する2つの力のつり合いを説明した。このとき2つの力は，同一作用線上にあり，大きさが等しく向きが反対であった。

次に，図1.11ような重さ$\boldsymbol{W}$の球体を壁からケーブルで吊るしている状態について考えてみよう。この物体には，壁から壁面に垂直に働く反力$\boldsymbol{N}$があると考えられ，さらにケーブルの力$\boldsymbol{T}$が働くと考えられる。これらを式（1.1）に従って，球体に働く合力ベクトルが$\boldsymbol{0}$であるというベクトルの和で表すつり合い式で書くと，

$$\boldsymbol{W}+\boldsymbol{N}+\boldsymbol{T}=\boldsymbol{0} \tag{1.9}$$

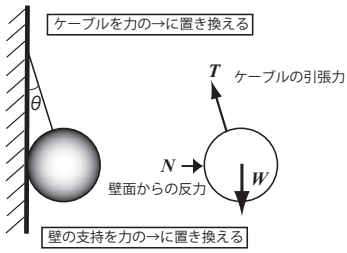


図1.11　壁から吊るされた球体の自由体図

となる。$\boldsymbol{W}$，$\boldsymbol{N}$および$\boldsymbol{T}$の大きさを，それぞれスカラー量として細字のW，N，Tで表し，座標系として図1.8の直交平面座標系を考える。3つの力ベクトルの成分は，次のように表される。

$$\boldsymbol{W}=(0,\ -W),\quad \boldsymbol{N}=(N,0),\quad \boldsymbol{T}=(-T\sin\theta,\ T\cos\theta) \tag{1.10}$$

このとき，W，N，Tはスカラーであるので，座標系の正負の向きに注意して，＋あるいは－の符号をつけなければならない。

式（1.9）の成分計算は，式（1.7）より，それぞれのx方向（水平）成分およびy方向（鉛直）成分を足し合わせばよいので，式（1.10）より，

$$0+N+(-T\sin\theta)=0 \tag{1.11a}$$

$$(-W)+0+T\cos\theta=0 \tag{1.11b}$$

と書ける。ベクトルの式（1.9）は，実際に計算できる成分による2つの式となっている。式(1.11b)より，$T=W/\cos\theta$となり，これを式(1.11a)に代入すると，$N=W\tan\theta$となる。

式（1.9）を再度ベクトルの矢印で考えてみよう。図1.12に示すよう