

## まえがき

数年前, Shapes of Polyhedra と題した W. P. Thurston による講演の内容を, 友人から 伝え聞く機会があった. Euclid 図形の形 (相似類) の空間が双曲空間に作用する不連続群を生成するという印象深いもので, 素朴な題材が現代幾何学により美しく解きほぐされる過程に深く感動した.

図形が等角多角形のときは, 問題を小学生でもわかるように話すことができるが, この場合の結論は一見不思議な感じがした. 理由が知りたく, 当時私のところで卒業研究を行っていた 4 年生といろいろ調べ, 半年がかりで種を明かすことができた. 種明かしの詳細は, 大学院の講義, 都立大, 岡山大の数学教室の集中講義などで話す機会に恵まれた. 余勢をかって特別な場合の一般化を考えていたところ, 90 年夏に修士 2 年の山下靖君が星型 5 角形と双曲幾何学の意外な関連を発見した. そのころ本を書く話があり, 通常の数学書とは少し趣を変え「Thurston による多角形の形」を中心に私の周辺で進展したことを紹介したいと出版社に相談したところ, 幸いにも了解が得られた. 以上が本書のテーマを決めた経緯である.

内容は専門家にとっても新鮮なものであるが, 群論, 関数論, 多様体論, 初等整数論, 双曲幾何学, 等質空間, 変換群などのごく初歩を知っていれば詳細も十分に理解し得るという意味で初等的である. そこで本書は, 第 III 章までで基礎的な事柄の最小限の解説をあたえ, 第 IV 章で鏡映変換群の不連続性に関する Poincaré の定理, 第 V 章で Thurston による多角形の形の解析, 第 VI 章で Yamashita による星の形の記述をていねいに紹介するという構成にした.

書き上がってみると, 話題を優先させたため数学の体系を考慮せずその場かぎりの議論展開が目につくが, 一応自己完結しているので, 幅広い層の読者に対応できると思う. 数学に興味をもつ若い人には, 講義などで取り上げられる一般論にはなかなか現われない新しい話題を楽しんでもらいたい. ふだん難し

ii ま え が き

いことばかりに関わっている専門家も、第 V 章から小説のように読んでほしい。いまさら多角形などと思っている人が多いと思うが、そのような人にこそ目を通してもらいたいと思う。

執筆に当たり、多くの方のお世話になった。この場を借りて感謝の意を表したい。とくに多角形の形の種明かしと本書の完成に多大な力を貸してくれた石田実君、渡辺実君、山下靖君、内容の構成・体裁に関して貴重な助言を下さった松元重則氏、Luis M. Lopez 氏、このような書物の出版を承諾して下さった牧野書店の牧野末喜氏に深く感謝する。

1993 年 2 月

小 島 定 吉

## 増補にあたって

初版が出版されてから 6 年たち、多くの方に読んで頂き大変感謝している。ところで、この間も多角形にまつわる話題は留まることはなく、いくつか新しい発見があった。私自身についても、96 年暮れから本書の第 V, VI 章と円周上の点の配置空間との関連が、西晴子さん、山下靖さんとの共同研究に発展した。この度出版社のご好意で版を重ねることになり、共同研究の成果の一部を新たな章を設けて紹介したいと無理を申し出たところ、幸い了解が得られた。そこで本版では、彩色多角形の形に関する第 VII 章を増補し、さらに索引の体裁を改めた。

私の我侭をご快諾下さった牧野書店の牧野末喜氏には、本書のような一般向け数学書としてはかなり異端な書物をあたたかく受け入れ、さらに著者の思い入れにまでご配慮下さり、誠に感謝すると共に、出版人としての姿勢に深い敬意を表したい。

1999 年 7 月

小 島 定 吉

## 新装版によせて

本書は、1993年に牧野書店から初版が、その後1999年に同書店から増補版が刊行された。時を経て2009年に絶版となったが、有難いことに今回共立出版から新装版の話をいただいた。初版のまえがきにも記したとおり、そもそも尖った本なので、28年を経てなお新鮮さを損なわずそれなりの価値はあると期待し、快諾させていただいた。さらに内容をより明示的に表すタイトルということで、副題「サーストンのアプローチより」を加えることとした。これが本新装版発刊に至る経緯である。

増補版出版後の進展として、第IV章の鏡映変換群に関する記述は、最近発展の著しい幾何学的群論の入門編としてそこそこ取り上げられるようになった。また最終章の彩色5角形のモジュライの記述は、向きを考慮して二重被覆をとり種数4の閉曲面にすることで実際にオブジェクト化することでき、それがISSEY MIYAKEのパリコレに繋がった。詳しくは、京都大学の藤原耕二氏と私が編集者となり2020年に共立出版から発刊された『サーストン万華鏡』の第5章と第9章を参照いただきたい。

新装版の刊行を構想するにあたり、そもそも発案いただいた共立出版の高橋萌子氏には発刊に至るまでたいへんお世話になった。この場を借りて深く感謝申し上げたい。

2021年6月

小 島 定 吉