

「例題でわかる 基礎・演習 流体力学」

追加演習問題と解答

(2005/10 月更新版)

例題 0 1 : (第 2 章 静止流体)

図 のような底面の辺の長さ l の容器内に、密度 ρ の液体が深さ h まで入っている．大気圧を p_0 とするとき、容器の 1 つの側面全体が受ける力とその作用点の深さを求めよ．

解答：微小面積 $dA(=bdz)$ に加わる力は、

$$dF = (p_0 + \rho g z)(ldz)$$

この微小面積に加わる力を側面全体にわたり積分すれば、側面全体が受ける力 F が求まる．

$$\begin{aligned} F &= \int_A dF = \int_0^h (p_0 l + \rho g l z) dz \\ &= p_0 l \left[z \right]_0^h + \rho g l \left[\frac{z^2}{2} \right]_0^h \\ &= p_0 l h + \frac{\rho g l h^2}{2} \end{aligned}$$

$$\text{Ans. } \underline{F = p_0 l h + \frac{\rho g l h^2}{2}}$$

次に作用点を求めるため、水面の高さに軸 O をとりその軸まわりのモーメントを考えることにする．微小面積 dA に加わる力 dF によるモーメントは、水面からの距離を z ととれば、

$$dF \times z = (p_0 + \rho g z)(ldz) \times z$$

側面全体では

$$\int_0^h (p_0 + \rho g z) l z dz$$

となる．これと等しいモーメントを、先に求めた側面全体が受ける力 F との積で与える距

離が作用点の深さ z_c となる．すなわち、

$$F \times z_c = \int_0^h (p_0 + \rho g z) l z dz$$

これを解いて、

$$Z_c = \frac{\int (p_0 + \rho g z) l z dz}{p_0 l h + \frac{\rho g l h^2}{2}} = \frac{\int p_0 l z dz + \int \rho g l z^2 dz}{p_0 l h + \frac{\rho g l h^2}{2}}$$

$$= \frac{h}{2} + \frac{\frac{\rho g l h^3}{12}}{p_0 l h + \frac{\rho g l h^2}{2}}$$

$$\underline{\text{Ans.}} \quad Z_c = \frac{h}{2} + \frac{\frac{\rho g l h^3}{12}}{p_0 l h + \frac{\rho g l h^2}{2}}$$

例題 0 2 : (第 9 章 揚力・抗力)

主流速度 $U=5[\text{m/s}]$ の空気の流れの中に , 長さ $l=2\text{ m}$, 幅 $b=1$ の平板を (1) 長さ方向を流れに平行においた場合 , と (2) 流れに垂直においた場合の抗力を求めなさい . ただし空気の動粘性係数 $\nu=1.5\times 10^{-5} [\text{m}^2/\text{s}]$, 空気の密度 $\rho=1.2 [\text{kg}/\text{m}^3]$ とする .

解答 : (1) 平板を , 長さ方向を流れに平行においた場合の , 平板前縁からのレイノルズ数は ,

$$Re_x = \frac{Ux}{\nu} = \frac{5 \times 2}{1.5 \times 10^{-5}} = 6.7 \times 10^5$$

この値は , 遷移レイノルズ数 Re_{crit} より小さい . よって流れは平板で層流であるとしてよい . 抗力係数 C_f は , テキスト P.156 の式(5)より

$$C_f = 1.293 \sqrt{\frac{\nu}{Ul}} = 1.293 \times \sqrt{\frac{1.5 \times 10^{-5}}{5 \times 2}} = 0.0016$$

抗力 D_f はテキスト P.156 の式(4)より , 平板の両面を考えて

$$\begin{aligned} D_f &= 2 \times 1.293 \times l \times b \times \sqrt{\frac{\nu}{Ul}} \frac{1}{2} \rho U^2 \\ &= 2 \times 1.293 \times 2 \times 1 \times \sqrt{\frac{1.5 \times 10^{-5}}{5 \times 2}} \times \frac{1}{2} \times 1.2 \times 5^2 \\ &= 0.095 \end{aligned}$$

Ans. 0.095 N

(2) 板を流れに垂直においた場合には , 矩形板と考え , 短い方の辺の長さを代表長さとしたレイノルズ数を考える .

$$Re_x = \frac{Ub}{\nu} = \frac{5 \times 1}{1.5 \times 10^{-5}} = 3.3 \times 10^5$$

このレイノルズ数においては , 平板の抗力係数 $C_D=1.2$ となる . よってテキスト P.145 の式 (9.8)より

$$\begin{aligned} D &= \frac{1}{2} C_D \rho U^2 l b = 0.5 \times 1.2 \times 1.2 \times 5^2 \times 2 \times 1 \\ &= 36 \end{aligned}$$

Ans. 36 N