序文

数学が自然科学の発展に深く関わってきたことは，周知の事実だといえます．特に 17 世紀に生まれた微分積分が，解析学の発展を加速するようになってから，自然現象を数学の言葉で表現し分析するということが広まりました．現在に至っては，そうした研究スタイルが当たり前のことになっています．

社会科学と数学の関わりはといえば，自然科学ほどではないとしても，この半世紀に限って言えば，両者の関わりは急速に深まっています．経済学は，社会科学の中でも比較的古くから，具体的には 19 世紀後半から，数学を用いた分析を行う伝統をもっています．さらに，経済学の隣接分野であるファイナンスは，最近 30 年間では経済学以上の速さで，数学との結びつきを強めています．実際，有名な Black と Scholes, Merton らが株式オプションの価格決定の理論を発表して以降，ファイナンスはある部分では経済学を上回る高度な数学を用いる，社会科学の研究分野になった考える人もいます．

そのような状況において，経済学やファイナンスを学ぶ人たちの中には，学習の過程で登場する数学を，越えがたい障壁と思う人が出てくるのも当然です．ひとつには，社会科学・人文科学において数学を使うことはないとの思い込みに加えて，大学の文系学部の入試問題で数学が重視されないという理由によって，大学進学の時点で数学学習の達成度が理系の人たちに比べて低い傾向にあるということが原因の一つと思われます．また，経済学やファイナンスで主として用いられる数学には，理工系学部の大学生向けの数学の参考書や教科書ではあまり力点をおかれないものがあり，それらを勉強するために便利な様々なレベルの書籍が少ないということも，「敷居」を高くしている理由と思います．

本書は，経済学とファイナンスの基礎で使われる数学のうち，最適化に関する部分を中心に丁寧に解説し，いくつかの典型的な応用を示します．しかし，理論経済学と数理ファイナンスに関する包括的な応用を示すことを目的としていません．企画の段階で，最近のマクロ経済学やミクロ経済学・計量経済学の展開を考慮して，確率論・確率過程論・動学的最適化・統計的推測なども盛り込む予定でした．しかし，著者達が考える丁寧さを満たしたものを実現すると長大なものになるために，それらのトピックについて書き下した草稿を公にするのは別の機会に譲ることと

し，既存の経済数学の教科書と，数学本体の部分の記述の丁寧さで差別化をはかる，という方向を最終的に選択しました．

そのために，類書と比較して，「トピックが限られている」，「応用例が古い」，といった感想を持たれることを覚悟しました．それでも，線形代数あるいは解析のそれぞれの部分で，経済学とファイナンスにおいて中核となる最適化というトピックに関連する記述の丁寧さについては，かなりの自負をもって原稿を書き上げることができました．もちろん，著者達の自負が正当なものかどうかは，読者の判断にまかせるほかはありません．

第 1 章は線形代数の基礎をまとめてあります．線形代数の解説を有限次元ベクトルと行列・行列式の演算規則に限ることなく，線形空間と線形写像の分析を意識した記述にしてあります．また，固有値問題など，後の章で必ずしも使わないものが含まれていますが，線形空間に関する理解を深めてもらうために入れてあります．本書の線型代数で 3 次元の場合について説明している場合が多いのも特徴です．それで本質を伝えられると確信しています．（2 次元の場合の基本的なことについては，戸瀬信之著『経済数学』（新世社コアテキストシリーズ）で勉強してください．）

第 2 章は，多変数関数の微分に関する理解を深めるために必要な事柄をまとめてあります．具体的には，実数の集合と一般位相の基礎に関する，収束点列，Cauchy 列，写像の連続性，開集合・閉集合・コンパクト集合，多変数関数に関して全微分，陰関数定理などを丁寧に解説しました．

第 3 章は最適値問題を扱っています．ある意味で，本書の中核をなす章です．最適化のための必要条件・十分条件を，1 変数関数の場合からはじめて，多変数の場合が自然な延長として理解できるように記述してあります．さらに凸（凹）関数，準凸（凹）関数，擬凹関数の間の関係，凸集合の分離定理，錐・双対錐，線形不等式の基本定理，非線形計画法の基礎を解説しました．特に Kuhn-Tucker 定理に関連する記述は，制約想定や定理の証明に関して，類書と比較して圧倒的に丁寧に述べてあります．

第 4 章は最適値問題の経済学への応用として，基礎的なミクロ経済学上のいくつかの例をのせてあります．合理的な，消費者需要や生産者供給に関するものが中心となりますが，中心的なトピックとして包絡線定理と双対性に関して解説し，それらが消費者需要関数や生産者供給関数の，定性的な分析にどのように役立つかを述べてあります．また Lagrange 乗数の経済学的な意味を重ねて解説しました．最後の部分で，弾力性という応用経済学上で，よく登場する概念を解説してあります．

第 5 章は線形不等式の理論が最適値問題の背後でどのような形で関わるかを解説するものです．最近の経済学の教育でややお座なりにされてしまう部分ですが，

凸集合の分離定理，線形不等式の諸定理についての理解を深めるための格好の題材であることはまちがいないために，1 章を割いてあります．

第 6 章は金融への応用として，不確実性下の合理的行動から説き起こして，ポートフォリオ選択と，無裁定条件の特徴づけと関係する証券価格決定の基本定理を解説しました．この解説を通じて，線形代数を用いる利便性が実感できるようにしてあります．

本書は，大学の経済学部の 3, 4 年次の学生を主たる読者として念頭において執筆しています．本書を読むときに，必須ではありませんが，微分積分ならびに線形代数の基礎をすでに学習していることが望ましいと思います（より基礎的な内容を学ぶ場合はぜひ，上で紹介した戸瀬信之著『経済数学』を手にとってみてください）．同時に，経済学やファイナンスを学ぼうとする理工系学部の学部生や大学院生も読者として想定しています．この本でとりあげた数学のかなりの部分には，理工系学部の学生があまり接することのないトピックも含まれますので，それらに対してより深い興味をもつ機会になることを期待しています．

効率的に本書を使うために，いくつかの読み方を示しておきます．線形代数と多変数関数の微分まで一通りの勉強はした文系学部の学生には，やや高度な観点で書かれている第 1 章と第 2 章は，より深い理解の手助けになると思います．さらに第 3 章を読むと効果的です．類書を読んで最適化問題についてより深い理解をしたい人は，第 3 章から読みはじめて，必要に応じて第 1 章と第 2 章の関連部分を参照するという読み方ができます．類書で経済数学を勉強した人で応用に興味がある人は，第 4 章，第 5 章，第 6 章を読んで経済学とファイナンスに関しての最適化問題の応用を知った上で，第 3 章を勉強するという読み方ができます．頭から読み始めて最後まで順に通読することは，本書にもっともふさわしくない読み方かもしれません．なお，理解を深めるために演習問題を載せてあります．問題によっては，計算量が多いものもあります．

終わりに，企画から出版にいたるまで，当初の計画通りに執筆を進めない著者達に対して，常人ならざる辛抱強さと寛容をもって接していただいた，共立出版株式会社の小山透氏に，深い謝意をあらわしたいと思います．