

---

## 第2版まえがき

初版の出版以後、本書の多くの面で、改良や構成の変更、あるいは拡張などを望んでいたが、増刷の制約により、この第2版の出版までにこれらの変更をすることが許されなかった。新しい版では、いくつかのこのような変更を行う機会を得るとともに、演習問題を追加し、初版では省略したいくつかの話題を議論している。

主要な変更は、この本でより教えやすくなるように章を再構成し、200以上の新しい演習問題を追加したことである。ユニバーサルポートフォリオ、ユニバーサル情報源符号化、ガウス型フィードバック通信路容量、ネットワーク情報理論に題材を追加し、データ圧縮と通信路容量の双対性について議論を深めた。新しい章を追加し、多くの証明をより簡潔化している。また、参考文献と歴史メモも更新している。

本書の題材は、2学期間で教えることができる。第1学期は第1～9章に相当し、それらの章では、漸近等分割性、データ圧縮、通信路容量、および前半部の到達点であるガウス型通信路の通信路容量を含む。第2学期は残りの章に相当し、レート歪み理論、タイプの論法、コルモゴロフ複雑度、ネットワーク情報理論、ユニバーサル情報源符号化、ポートフォリオ理論などを含む。もし、1学期しか使えない場合は、第1学期の内容に、レート歪み理論を追加し、コルモゴロフ複雑度とネットワーク情報理論の各々を1回ずつ講義すればよい。Webサイト <http://www.elementsofinformationtheory.com> で、追加の題材と選ばれた演習問題の解答を与えていている。

本書の初版以後に、情報理論は、生誕50周年（この分野の始まりとなったシャノンの原著論文の50周年記念）を迎えた。情報理論から芽生えたアイディアは、バイオ情報学、web検索、無線通信、動画圧縮など、科学と技術の多くの問題に適用されて来ている。その応用の範囲には限りがないが、基礎数学のエレガントさがこの領域の重要な魅力となっている。数学、物理学、統計学、および工学の境界領域において、情報理論が最も魅力的な分野の1つであるとなぜ信じられるかについて、本書がいくらかの洞察を与えることを期待している。

TOM COVER

JOY THOMAS

パロアルト、カリフォルニア

2006年1月

---

# 初版まえがき

この本は、情報理論のシンプルで分かりやすい本となることをを目指している。aignシュタイン (Einstein) が「何事も可能な限り単純化しなければならないが、必要以上に単純化してはならない」と述べている。（最初フォーチュン・クッキーの中で見つけた）この引用句の出典を確認していないが、この視点が本書のいたるところで活かされている。修得することにより、課題が簡単に見え、大きな洞察力を与えるようないくつかの鍵となるアイディアやテクニックが存在する。

本書は、情報理論における学部4年生と修士1年生レベルの連続する2学期間の10年以上の講義から生まれたものであり、通信理論、コンピュータサイエンスおよび統計学分野の学生に対する情報理論の入門書を目指している。

情報理論に固有な平明さに関しては、2つの要点がある。第一のものは、エントロピーや相互情報量のような量が、基本的な問題に対する答えとして現れることである。例えば、エントロピーは確率変数を記述するための最小の複雑度であり、相互情報量は雑音下における通信レートである。また、本書で示すように、相互情報量は、補助情報が与えられたもとの富の倍増レートに対応している。第二のものは、情報理論的な問題に対する答えが自然な代数構造をもっていることである。例えば、エントロピーに対してチェイン則が成り立ち、エントロピーと相互情報量は互いに関係している。それゆえ、データ圧縮と通信における問題に対する解答は、広範囲な解釈ができる。ある問題を探求するとき、多くの代数計算をやり終え最後に解を調べると、すべての問題は解析によって解明されるのではなく、解の精査により解明されるという感覚を誰もが知っている。多分、物理学における顕著な例はニュートンの法則とシュレディンガーの波動方程式である。シュレディンガーの波動方程式の素晴らしい哲学的な解釈を誰が予見することができたであろうか？

本書において、問題を考察するより前に解の性質をしばしば調べることがある。例えば第2章において<sup>1)</sup>、エントロピー、相対エントロピーおよび相互情報量を定義し、解がいかに様々な面で妥当であるかを見ることにより、それらの関係といくつかの解釈を学ぶ。その途中で、熱力学の第二法則の意味を思索する。エントロピーは常に増加するであろうか？ 答えは、「はい」と「いいえ」である。このことは、この分野の専門家の意にかなうものであるが、初心者には標準として見落とされるかもしれない種類の結果である。

実際、そのことは、授業においてしばしば起こるような効用をもたらす。新しい証明を見つけたり、他の誰も知らない少し新しい結果を見つけることは楽しみである。講義において確立された題材に沿ってこれらのアイディアを提示すると、その反応は「なるほど、そうだ」となる。しかし、その題材を教えるときの興奮は非常に大きくなる。それゆえ、筆者らは、この教科書において多くの新しいアイディアを調べることから多くの喜びを得た。

この教科書における新しい題材のいくつかの例としては、情報理論とギャンブルの関係、マルコフ連鎖の文脈における熱力学の第二法則のユニバーサル性に関する研究、通信路容量定理の同時典

<sup>1)</sup> 訳注：「初版まえがき」に書かれている章番号は、初版の章番号ではなく、第2版の対応する章番号である。なお、初版は16章からなり、1～16の各章は、第2版の1～6、14、7～9、12、11、10、15～17の各章に対応している。

型性を用いた証明、ハフマン符号の競合最適性、最大エントロピースペクトル密度推定に対するBurgの定理などに関する章が挙げられる。また、コルモゴロフ複雑度の章に対応するものは、他の情報理論のテキストには含まれていない内容である。フィッシャー情報量、相互情報量、中心極限定理、Brunn-Minkowskiの不等式とエントロピー電力不等式などを関係づけたことにおいても、大いに嬉しく感じている。驚くべきことに、行列式不等式に関する古典的な結果の多くは、情報理論的な不等式を用いることにより、非常に容易に証明される。

シャノンの原著論文以来、情報理論分野は非常に発展しているが、首尾一貫性を重視するように努力してある。シャノンが情報理論を発展させたとき通信理論の問題に興味をもっていたのは明らかであるが、我々は通信理論と統計学に対して応用をもつ分野として情報理論を取り扱う。情報の実態のない概念を捉えることは明らかに不可能なので、通信理論、確率論、統計学のバックグラウンドから我々は情報理論分野に導かれてきた。

本書のほとんどの結果は定理と証明として与えられているため、おのずから明らかであるように結果のエレガントさを期待している。多くの場合、問題を述べる以前に解の特性を記述している。その特性はそれ自身興味深いものであり、また、その後に続く証明に対して自然なリズムを与えてくれる。

書き方の工夫の1つは、長い一連の不等式を、その間に説明を入れずに使っていることである。読者が多くのこれらの証明に出会うまでに、説明なしでこれらのステップのほとんどをたどることができ、必要な説明をくみ取ることができるようになっているであろうと期待している。これらの一連の不等式は、読者がいくつかの重要な定理を証明するために必要な知識をもっているかを再確認できる抜き打ちテストの役割を果たしている。これらの証明の自然な流れは非常に説得力があり、テクニカルライティングの基本的な規則に従う必要がないことが即座に理解できる。そして、冗長さのないことが、アイディアの論理的な必要性を明白にし、主要な鍵となるアイディアを明確にする。この本を読み終えるまでに、読者が情報理論のエレガントさ、簡潔さ、そして自然さについての我々の評価に共感するであろうことを期待している。

この本のいたるところで、弱典型系列の手法を用いている。この手法は、1948年のシャノンの最初の仕事に起源をもち、1970年代初期に正式に開発された手法である。ここで鍵となるアイディアは漸近等分割性であり、これは、大雑把にいうと「ほとんどすべてのものはほどしく起こりうる」と言い換えることができる。

第2章は、エントロピー、相対エントロピーおよび相互情報量の基本的な代数関係などの内容を含んでいる。漸近等分割性(AEP)は、第3章でもっぱら取り扱われている。この漸近等分割性は、第4章と第5章における確率過程のエントロピーレートとデータ圧縮の議論へと発展していく。ギャンブルは、最初第6章で取り扱うが、そこではデータ圧縮と富の成長率の双対性を明らかにする。

情報理論に対する知的な基盤としてのコルモゴロフ複雑度の素晴らしい成果は、第14章に与えられている。ここでは、平均として性能の良い記述法を見つけるという目標は、ユニバーサルに最も短い記述を見つけるといふことに置き換えられる。事実、ある対象の記述的な複雑度というユニバーサルな概念が存在する。ここでは、 $\Omega$  という不思議な数に関して議論を行う。この数は、チューリング機械が停止する確率の2進数表現であり、数学における多くの謎を解き明かすものである。

通信路容量は、第7章において確立されている。微分エントロピーについての必要な題材は第8章で説明されており、通信路容量定理を連続雑音通信路へ拡張するための基礎を与えている。基本的なガウス型通信路の通信路容量は第9章で調べられている。

情報理論と統計学の関係は第11章で取り扱われている。これは、1950年代初期に最初カルバッカ(Kullback)によって研究されたが、それ以来あまり重要視されていなかったものである。レー

ト歪み理論は、無歪みデータ圧縮よりもう少し多くの知識を必要とするため、この本では後半の第10章に配置している。

雑音や干渉が存在する状況下で、情報を同時に送信する場合を取り扱うネットワーク情報理論の広範囲な話題は、第15章で取り扱われており、多くの新しいアイディアがネットワーク情報理論に取り入れられている。主な新しい要素は干渉とフィードバックである。第16章は株式市場を取り扱っている。これは、第6章で取り扱ったギャンブル確率過程を一般化したものであり、情報理論とギャンブルとの深い対応関係を再び示すことになる。

情報理論における不等式を取り扱う第17章は、この本の様々なところで使用された興味深い不等式を要約したものである。不等式を新しい枠組みでまとめ、また、ランダムに選ばれた部分集合のエントロピーレートに関するいくつかの興味深い新しい不等式を追加している。ここでは、Minkowski和の体積に対する美しい Brunn-Minkowski の不等式や独立な確率変数の和の実効的な分散に対するエントロピー電力不等式、フィッシャー情報量不等式などが明快に記述されている。

我々は、一貫したレベルで理論を保つように試みてきた。数学のレベルは妥当に高いレベルであり、確率論に関して少なくとも1学期間の良いコースを受講し、数学に関してしっかりした素地がある4年生あるいは修士1年生レベルとなっている。しかし、測度論の使用は避けることができた。測度論は、第16章におけるエルゴード過程に対するAEPの証明に少しだけ使われている。このことは、情報理論の基礎はそれを完全に一般化するために必要となる手法とは関係していないという我々の信念に合致している。

本質的な基本要素は、第2章、第3章、第4章、第5章、第7章、第8章、第9章、第10章、第11章、第15章に書かれている。これらの章は、他の章を本質的に参照することなく読むことができ、理解の核心部分となる。我々の見解では、コルモゴロフ複雑度に関する第14章もまた、情報理論を深く理解するために必要不可欠である。残りのギャンブルから不等式の範囲は、情報理論の裾野の広がりと美しさによって光があたる部分である。

どのような授業でも、最初の講義では簡単なプレビューとアイディアの概要が説明されるが、第1章がこの役目を果たしている。

TOM COVER  
JOY THOMAS

パロアルト、カリフォルニア

1990年6月

---

# 訳者まえがき

原著 “Elements of Information Theory” は、1991 年に初版が出版されたが、その当初から情報理論の教科書として高い評価を得ている。学部生や大学院生に対する情報理論の入門書としてだけでなく、情報理論研究者の必須の専門書としても広く使用されて来ている。2006 年には内容をさらに充実した第 2 版 (second edition) が出版された。日本語版はこの第 2 版を翻訳したものである。原著は、2 万 6 千を越える学術論文から引用されており (Google scholar, 2012 年 4 月調べ)、まさに情報理論分野のバイブルと言える。日本においても、原著は情報理論研究者の欠かせない座右の書としての地位を獲得しているが、英語に不慣れな学部生や大学院生の教科書として、また、情報理論の周辺分野の研究者が気軽に調べられる参考書として使えるように、日本語への翻訳版が待望されていた。

これらの要望に応えられるように、共立出版のご好意により、この度、日本語の翻訳版を出版することになった。日本語版が原著同様に、初心者から情報理論の研究者までの幅広い読者にとって、使いやすいものとなるように、次のような工夫を行っている。

- 原著は約 770 ページにおよぶ大著であるが、翻訳でさらにページ数が増加して使いづらくならないように、本のサイズを原著より少し大きな B5 版とした。
- 翻訳は直訳を避け、できるだけ日本語としてスムーズとなるように努力した。
- 専門用語の初出のところには、対応する英語の用語を示した。また、専門用語の和訳は標準的なものを使用し、和訳が定着していないものに関しては、章ごとで異なった用語とならないように、訳者 4 名で調整した。
- 原著と区別なく、論文などの引用文献として使用できるように、式番号、定理番号、図番号、演習問題番号など、ページ番号以外のすべての番号は、原著と完全に一致するようにした。
- 原著に含まれている多くのタイプミスやいくつかの誤りを修正した。大きく修正した箇所には、脚注に「訳注」を付けてどのように修正したかを説明した。

原著のタイトルに “The” を付けると、その日本語訳は「情報理論の基礎」となる。しかし、本書は、情報理論の基礎だけでなく、「ユニバーサル情報源符号」「コルモゴロフ複徳度」「ネットワーク情報理論」などの情報理論の上級者向けのテーマや、「統計学」「ギャンブル」「ポートフォリオ理論」など情報理論の関連分野における興味深いテーマにも多くのページが割かれている。大阪大学の鈴木謙氏が原著について、「Thomas Cover が “Information Theory” の中で面白いと思った箇所を “Elements” と呼んでいる。決して “The Elements of Information Theory” ではない。」<sup>2)</sup> と述べているが、まさにその通りである。原著には、情報理論の他の教科書には書かれていない「情報理論の広がり」について数多くの興味深い内容が含まれており、そのことから、日本語版のタイトルを「情報理論 基礎と広がり」とした。

原著を翻訳するに当たり、原著版原稿の TeX のソースファイルを、原著者の一人である Joy

<sup>2)</sup> 情報理論とその応用学会 (SITA) ニュースレター, No.28, 1998 年 1 月 30 日発行。

Thomas 博士および Willey 社のご好意により提供して頂いた。そのおかげで、翻訳の質と効率を大きく高めることができた。また、共立出版社の赤城圭氏には、長い期間に渡って激励とサポートを頂いた。ここに深く感謝の意を表したい。

日本語版の初稿を校正しているときに、Thomas Cover 教授が 2012 年 3 月 26 日に急逝されたとの訃報が届いた。日本語に翻訳を進めていることはかなり以前に Cover 教授にお伝えしていたが、生前に翻訳版の出版を完了させることができず、非常に残念であった。この日本語版を通して、原著に込められた Cover 教授の情報理論に対する鋭い洞察と深い情熱を、少しでも日本の学生や研究者に伝えることができる事を願っている。心よりご冥福をお祈りする。

訳者：山本 博資  
古賀 弘樹  
有村 光晴  
岩本 貢

東京

2012 年 4 月